PENENTUAN HARGA OPSI MULTI ASET TIPE EROPA MELALUI MODEL MULTIDIMENSIONAL BLACK-SCHOLES

Muhammad Saddam Salsabillah[1], Irma Palupi[2], Rian Febrian Umbara[3]

[1,2,3] Prodi Ilmu Komputasi Telkom University, Bandung
[1]sadamlaino@gmail.com, [2]irma.palupi@gmail.com, [3]rfu@ittelkom.ac.id

Abstrak

Opsi multiaset merupakan suatu kontrak atau perjanjian antara dua pihak, dimana pihak pertama adalah sebagai pembeli yang memiliki hak bukan kewajiban untuk membeli atau menjual dari pihak kedua yaitu penjual terhadap beberapa aset tertentu pada harga dan waktu yang telah ditetapkan. Melihat permasalahan tersebut, berdasarkan waktu pelaksanaanya dalam penentuan nilai opsi tipe Eropa yang nilainya bergantung pada pada multiaset akan menggunakan modifikasi model *Black-Scholes* untuk lebih dari satu *underlying* aset. Pengambilan data pada penelitian ini berasal dari *yahoofinance.com*, dimana data saham yang diambil yaitu *Microsoft Co.* (MSFT) dan *Coca-Cola Co.* (KO).

Pada penelitian ini, digunakan metode *finite difference* skema implisit untuk menyelesaikan persamaan diferensial model *Black-scholes* untuk opsi lebih dari satu *underlying* aset. Pada penelitian ini, multiaset yang digunakan hanya dibatasi oleh dua aset. Dalam penilitian ini, dilakukan skenario pengujian nilai opsi yang di dapat berdasarkan perhitungan komputasi dibandingkan dengan nilai opsi pasar (*market*) dari masing-masing saham tersebut. Nantinya harga opsi yang di dapat akan mendekati harga opsi pasar (*market*). Pada penilitian ini juga dilakukan pengujian terhadap *single* aset sebagai perbandingan nilai opsi yang dihasilkan p opsi multiaset.

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, hasil perhitungan opsi yang nilainya multiaset dapat diterapkan setelah menggunakan metode *finite difference* skema implisit untuk menyelesaikan persamaan diferensial modifikasi *Black-Scholes* untuk opsi lebih dari satu *underlying* aset.

Kata Kunci : Opsi Multiaset, Tipe Eropa, Model *Black-Scholes*

Abstract

Multi asset option is a contract or agreement between two parties, first party as a buyer who has the right but not the obligation to buy or sell from the second party on some particular asset at pecefied price and time. In these problem, based on the time of implementation in determining value of the European type option which value depends on the option that relies on multi asset will be using Black-Scholes model for more than one underlying asset. In this project study case, data collected from yahoofinance.com which share data that retrieved is from Microsoft Co. (MSFT) and Coca-Cola Co. (KO).

In this project, used the method of implicit finite difference scheme to solve differential equation Black-Scholes model for option more than underlying asset. In this research, multi asset that are used are limited by two assets. In this research, carried out test scenarios on the value options that can get by computational calculation compared with the market value of each of shares. Later the option price can be closer to the market. In this research was also carried out tests on a single asset as an comparison value ratio which resulting in multi asset option.

Based on the research that has been condicted, the result of the calculation of multi asset value can be applied after using finite difference method implicit scheme is used to solve a modified Black-Scholes for option that have more than one underlying asset where the price of its purchase is European option type.

Key Word : Multi asset option, European type, Black-Scholes model.

1. Pendahuluan

Opsi adalah suatu kontrak atau perjanjian antara dua pihak, dimana pihak pertama adalah sebagai pembeli yang memiliki hak bukan kewajiban untuk membeli atau menjual dari pihak kedua yaitu penjual terhadap suatu aset tertentu pada harga dan waktu yang telah ditetapkan. Berdasarkan waktu pelaksanaannya, opsi dikelompokkan menjadi dua, yaitu opsi tipe Amerika dan opsi tipe Eropa. Opsi tipe Amerika adalah opsi yang bisa dilaksanakan sepanjang masa berlaku opsi. Sedangkan, opsi tipe Eropa adalah opsi yang bisa dilaksanakan hanya pada saat waktu jatuh tempo (*expiration date*). Pada penelitian ini akan difokuskan pada opsi multiaset tipe Eropa.

Opsi multiaset adalah suatu kontrak atau perjanjian antara dua pihak, dimana pihak pertama adalah sebagai pembeli yang memiliki hak bukan kewajiban untuk membeli atau menjual dari pihak kedua yaitu penjual terhadap beberapa aset tertentu pada harga dan waktu yang telah ditetapkan.Dalam opsi multiaset, pembahasan akan difokuskan dalam model *Black-Scholes* opsi multiaset untuk tipe Eropa, kemudian menyelesaikan persamaan differensialnya menggunakan metode *finite difference* dengan skema implisit.

Model *Black-Scholes* merupakan sebuah model untuk menentukan harga opsi tipe Eropa. Model ini dikembangkan oleh *Fisher Black* dan *Myron Scholes* di tahun 1973. Model *Black-Scholes* hanya dapat digunakan untuk opsi tipe Eropa yaitu pada saat jatuh tempo saja. Model ini dipengaruhi oleh harga saham, *strike price*/harga kesepakatan, suku bunga, waktu dan volatilitas.

Pada penelitian ini, penulis akan melakukan analisis dan mengimplementasikan modifikasi model *Black-Scholes* tentang pengaruh nilai kedua aset yang ada dalam opsi multiaset berdasarkan tipe Eropa. Dengan demikian, nilai opsi yang ada di pasar (market) mendekati dengan harga yang dihasilkan dari hasil perhitungan secara komputasi.

2. Dasar Teori

2.1 Saham

Saham adalah surat berharga yang merupakan tanda kepemilikan seseorang atau badan terhadap suatu perusahaan. Pengertian saham ini artinya adalah surat berharga yang dikeluarkan oleh sebuah perusahaan yang berbentuk Perseroan Terbatas (PT) atau yang biasa disebut *emitem*. Saham menyatakan bahwa pemilik saham tersebut memiliki hak atas sebagian pemodalan diperusahaan tersebut.

Harga saham diasumsikan *random*. Hal ini dipengaruhi oleh faktor keadaan harga saham pada waktu lalu yang tidak terlalu berpengaruh pada keadaan harga saham saat ini. Berdasarkan keadaan harga saham tersebut, bahwa perubahan harga saham mengikuti proses *Markov*. Jadi, model saham menyatakan bahwa prediksi harga saham yang akan datang tidak dipengaruhi oleh harga satu minggu, satu bulan atau bahkan satu tahun yang lalu.[4]

Model persamaan diferensial stokastik : [4]

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dB \qquad (1)$$

dengan

S : nilai aset
μ : nilai ekspetasi *rate of return* saham
σ : volatilitas saham yang merupakan standar deviasi dari *return*
dB : gerak *Brownian* atau proses *Wiener*

Model umum dari persamaan (1) dinyatakan dengan $\frac{dS}{S}$ yang dibagi kedalam dua bagian. Bagian pertama, merupakan bagian deterministik (μdt). Notasi μ sendiri merupakan ukuran dari rata-rata pertumbuhan harga saham. μ diasumsikan sebagai fungsi dari S dan t. Bagian kedua, yaitu pergerakan harga saham diasumsikan *random* (σdB). Notasi σ sendiri didefinisikan sebagai volatilitas dari saham yang digunakan untuk mengukur standar deviasi dari *return* dan dapat dinyatakan sebagai fungsi dari S dan t. Notasi B terhadap dB merupakan gerak *Brownian*.[4]

2.1.1 *Return* Saham

Return pada saham merupakan hasil (keuntungan atau kerugian) yang diperoleh dari suatu investasi saham. Diawali dengan pencarian *return* terhadap data dengan menggunakan rumus sebagai berikut.[7]

$$R(t) = \frac{S(t+\Delta t) - S(t)}{S(t)} \qquad (1.1)$$

Dimana,

$R(t)$ = return terhadap saham
$S(t)$ = harga saham pada saat periode t
$S(t+\Delta t)$ = harga saham periode sebelumnya

2.1.2 Volatilitas

Volatilitas adalah tingkat ketidakpastian yang terjadi dalam bursa saham yang akan memengaruhi harga opsi. Perhitungan volatilitas merupakan kuadrat dari suatu variansi. Variansi didefinisikan sebagai rata-rata dari kuadrat simpangan

nilai-nilai pangamatan terhadap nilai rata-ratanya atau kuadrat dari standar deviasi. Adapun variansi biasanya dinotasikan dengan σ^2 dengan rumus sebagai berikut. [8]

$$\sigma^2 = \frac{\sum (R(t) - \bar{R}(t))^2}{n-1} \qquad (1.2)$$

Dimana,

$R(t)$ = return terhadap saham

$\bar{R}(t)$ = rata-rata return terhadap saham

n = banyaknya total harga saham

Untuk volatilitas menggunakan rumus sebagai berikut.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \qquad (1.3)$$

2.2 Opsi

Opsi adalah suatu perjanjian/kontrak antar penjual opsi dengan pembeli opsi. Penjual opsi menjamin adanya hak (bukan suatu kewajiban) dari pembeli opsi, untuk membeli atau menjual saham tertentu pada waktu dan harga yang telah ditetapkan. Pihak – pihak yang terlibat dalam opsi adalah para investor dengan investor yang lainya, dan tidak melibatkan perusahaan penerbit sekuritas saham (*emitem*) yang dijadikan opsi.

Berdasarkan bentuk hak yang terjadi, opsi bisa dikelompokkan menjadi dua, yaitu opsi beli (*call*) dan opsi jual (*put*). Opsi beli adalah opsi yang memberikan hak kepada pemegangnya untuk membeli saham dalam jumlah tertentu pada waktu dan harga yang telah ditentukan. Investor yang membeli opsi beli (*call*) akan berharap harga saham akan naik kedepannya, dan akan meraih kentungan dari kenaikan harga saham tersebut.Sedangkan, Opsi jual (*Put*) adalah opsi yang memberikan hak kepada pemiliknya untuk menjual saham tertentu pada jumlah, waktu dan harga yang telah ditentukan.

Berdasarkan nilai opsi ketika dilaksanakan (*payoff*), merupakan pengurangan antara harga saham dengan harga kesepakatan untuk opsi beli dan berlaku sebaliknya untuk opsi jual yaitu pengurangan antara harga kesepakatan dengan harga saham. Opsi beli dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan sebagai berikut.

$$C\ (S_T) = maks\ (S_T - K, 0) \qquad (2)$$

dengan

C : opsi beli (*call*)

S_T : harga saham pada saat T (jatuh tempo)

K : harga kesepakatan

Istilah – istilah yang terkait dengan sekuritas saham, antara ain :

1. Harga kesepakatan (*strike price*), yaitu harga per lembar saham yang dijadikan patokan pada saat jatuh tempo.

2. Waktu jatuh tempo (*Expiration date*)**,** yaitu batas waktu dimana opsi tersebut dapat dilaksanakan.

3. Premi opsi, adalah harga yang dibayarkan oleh pembeli opsi kepada penjual opsi. [5]

2.3 Model *Black-Scholes*

Model *Black-Scholes* merupakan model yang digunakan untuk menentukan harga opsi yang telah banyak diterima oleh masyarakat keuangan. Model *Black-Scholes* dalam menilai opsi beli, menggunakan lima parameter yaitu :

1. Harga saham, yaitu harga opsi akan berubah jika harga saham yang dijadikan patokan juga berubah. Untuk opsi beli (*call*), jika harga saham naik (faktor lain dianggap tetap) maka harga opsi akan meningkat karena nilai intrinsiknya bertambah.

2. Harga kesepakatan (*strike price*) ,yaitu harga per lembar saham yang dijadikan patokan pada saat jatuh tempo.

3. Waktu jatuh tempo (*Expiration date*), yaitu batas waktu dimana opsi tersebut dapat dilaksanakan.

4. Tingkat suku bunga (*interest rate*)**,** yaitu pembeli opsi ini dapat memberikan kesempatan kepada investor untuk melakukan spekulasi terhadap pergerakan harga saham tanpa harus tanpa harus mempunyai saham yang dijadikan patokan.

5. Volatilitas harga saham, yaitu ketika semakin besar volatilitas harga saham (ditunjukkan oleh standar deviasi atau varians) yang diharapkan maka harga opsi juga semakin tinggi. Hal ini dikarenakan semakin besar volatilitas maka resiko pergerakan saham/aset semakin besar, sehingga harga opsi yang menjamin *holder* membeli atau menjual saham pada harga tertentu akan semakin tinggi.

Pengaruh kelima parameter tersebut terhadap harga opsi dapat dilihat pada Gambar Tabel 2.1 berikut ini. [5]

Jenis Faktor	Dampak adanya peningkatan pada masing – masing faktor terhadap :	
	Harga Opsi Beli (*call*)	Harga Opsi Jual (*put*)

1. Harga saham	Meningkat	Menurun
2.Harga kesepakatan (*strike price*)	Menurun	Meningkat
3. Jatuh tempo (*Expiration date*)	Meningkat	Meningkat
4. Volatlitas harga saham	Meningkat	Meningkat
5. Tingkat bunga	Meningkat	Meningkat

2.3.1 Persamaan Diferensial Model *Black-Scholes* untuk Satu Aset

Lemma Ito' ditemukan oleh seorang ahli matematika K.Ito pada tahun 1951. Diketahui persamaan Lemma Ito's [1] untuk $dx = a(x,T)dt + c(x,T)dB$ adalah

$$dF = \left(\frac{\partial F}{\partial x}a + \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}c^2\right)dt + c\,dB \quad (3)$$

Dari persamaan diatas, dimasukkan notasi $V(S,T)$ merupakan harga opsi saham S dan pada waktu T. Jika diketahui perubahan saham $dS = \mu S\,dT + \sigma S\,dB$, maka dimasukkan kedalam persamaan Lemma Ito's menjadi :

$$dV(S,T) = \sigma S\frac{\partial V}{\partial S}dB + \left(\mu S\frac{\partial V}{\partial S} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right)dt \quad (4)$$

Misalkan nilai suatu portofolio yaitu π yang terdiri dari nilai opsi (V) dengan perubahan saham, dapat dituliskan dengan persamaan (5).

$$\pi = V - \frac{\partial V}{\partial S}S \quad (5)$$

Untuk perubahan nilai portofolio $d\pi$ pada interval waktu dt sebagai berikut.

$$d\pi = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right)dt \quad (6)$$

Maka dengan mensubtitusi $d\pi$ dan π dari persamaan (4) dan (6) didapat :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS\frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0 \quad (7)$$

Persamaan diatas adalah merupakan persamaan diferensial *Black-Scholes* untuk satu aset.

2.4 Opsi Multiaset

Dalam menentukan harga opsi tipe Eropa yang nilainya multiaset, untuk *payoff* dinotasikan $v(S_1,S_2)$ yang dimana dari notasi tersebut terdapat dua aset, yaitu aset pada S_1 dan aset S_2. Ketika dalam penentuan harga opsi untuk satu aset, mempunyai persamaan seperti persamaan (1).

Kemudian dari persamaan (1) diperluas dengan masing-masing aset mengikuti persamaan (8) dan (9).

$$\frac{dS_1}{S} = \mu_1 dt + \sigma_1 dB_1 \quad (8)$$

$$\frac{dS_2}{S} = \mu_2 dt + \sigma_2 dB_2 \quad (9)$$

Dari kedua persamaan (8) dan (9), dimana *return* nya terdapat dua aset yaitu $\frac{dS_1}{S}$ dan $\frac{dS_2}{S}$, sehingga bagian yang termaksud didalamnya mengikuti persamaan tersebut. Untuk deterministik dari dB_i, dimana $i = 1,2$ adalah sebagai nilai random yang dapat diperoleh dari distribusi normal dan hasilnya adalah 0 terhadap standar deviasi, maka

$E(dB_i) = 0$ dan $E(dB_i^2) = dt$ untuk i = 1,2

Kemudian pada diperhatikan bahwa nilai *random* dari dB_1 dan dB_2 berkolerasi dengan

$$E(dB_1, dB_2) = \rho\,dt \quad (10)$$

Dimana ρ sebagai koefisien korelasi diantara dua nilai *random* dari gerak *Brownian.*

$V(S_1,S_2)$ adalah nilai dari opsi terhadap saham atau aset S_1 dan saham S_2. Jika setiap nilai aset antara S_1 dan S_2 tidaklah sama, maka dibutuhkan analisis *incremental* yaitu dimana kegunaannya untuk pengambilan keputusan ketika menghitung kedua aset. *Incremental* sendiri dinotasikan dengan Δ untuk setiap aset.

$$d\pi = dV - \Delta_1 dS_1 - \Delta_2 dS_2 \quad (11)$$

Setelah itu, memasukkan kedalam persamaan Lemma Ito's untuk dua variabel.

$$dV = \left[\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma_1^2 S_1^2\frac{\partial^2 V}{\partial S_1^2} + \rho\sigma_1\sigma_2 S_1 S_2\frac{\partial^2 V}{\partial S_1 \partial S_2} + \frac{1}{2}\sigma_2^2 S_2^2\frac{\partial^2 V}{\partial S_2^2}\right]dt + \frac{\partial V}{\partial S_1}dS_1 + \frac{\partial V}{\partial S_2}dS_2 \quad (12)$$

Untuk $\Delta_1 = \frac{\partial v}{\partial s_1}$ dan $\Delta_2 = \frac{\partial v}{\partial s_2}$, untuk mengeliminasi jika terjadi suatu risiko maka

$$d\pi = \left[\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma_1^2 S_1^2 \frac{\partial^2 v}{\partial s_1^2} + \rho\sigma_1\sigma_2 S_1 S_2 \frac{\partial^2 v}{\partial s_1 \partial s_2} + \frac{1}{2}\sigma_2^2 S_2^2 \frac{\partial^2 v}{\partial s_2^2}\right] dt \quad (13)$$

Kemudian menjadikan beberapa aset tersebut tanpa risiko, yaitu

$$d\pi = r\pi = r\left(V - \frac{\partial v}{\partial s_1} S_1 - \frac{\partial v}{\partial s_2} S_2\right) dt \quad (14)$$

Jadi, kita mendapatkan persamaan *Black-Scholes* untuk opsi multiaset tanpa *dividen*, sebagai berikut.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma_1^2 S_1^2 \frac{\partial^2 v}{\partial s_1^2} + \rho\sigma_1\sigma_2 S_1 S_2 \frac{\partial^2 v}{\partial s_1 \partial s_2} + \frac{1}{2}\sigma_2^2 S_2^2 \frac{\partial^2 v}{\partial s_2^2} + r\, S_1 \frac{\partial v}{\partial s_1} + r\, S_2 \frac{\partial v}{\partial s_2} - rV = 0 \quad (15)$$

Pada persamaan (15) mempunyai syarat jika $\{S_1 > 0, S_2 > 0, t \in [0,t)\}$, maka menghasilkan kondisi

$$V(S_1, S_2) = v(S_1, S_2) \quad (16)$$

Dari kedua persamaan (15) dan (16), pada penyusunan ini mengikuti model opsi beli untuk tipe Eropa yang nilainya multiaset pada saat keadaan *payoff* maksimum, berikut model yang digunakan

$$v(S_1, S_2) = \max(\max(S_1, S_2) - K, 0)\text{, maximum call} \quad (17)$$

Jika dilihat dari persamaan (11) yang didapat sebelumnya, untuk harga kedua aset dengan *dividen* (q), maka

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma_1^2 S_1^2 \frac{\partial^2 v}{\partial s_1^2} + \rho\sigma_1\sigma_2 S_1 S_2 \frac{\partial^2 v}{\partial s_1 \partial s_2} + \frac{1}{2}\sigma_2^2 S_2^2 \frac{\partial^2 v}{\partial s_2^2} + (r - q_1) S_1 \frac{\partial v}{\partial s_1} + (r - q_2) S_2 \frac{\partial v}{\partial s_2} - rV = 0 \quad (18)$$

Dimana q_1 dan q_2 adalah *dividen* untuk aset 1 dan aset 2. [1]

2.5 Metode *Finite Difference* Skema Implisit

Metode *finite difference* merupakan suatu metode aprokmasi yang digunakan untuk mengaproksimasi solusi dari suatu persamaan diferensial secara numerik, dengan menggunakan deret *Taylor* pada orde tertentu sesuai kebutuhan yang ada. [9] Berikut uraian deret *Taylor* yang menghampiri nilai $f(x + \delta x)$ dan $f(x - \delta x)$ dititik x_i.

$$f(x + \delta x) = f(x) + \frac{(\delta x)^1}{1!} f'(x) + \frac{(\delta x)^2}{2!} f''(x) + \cdots$$
$$f(x - \delta x) = f(x) - \frac{(\delta x)^1}{1!} f'(x) + \frac{(\delta x)^2}{2!} f''(x) + \cdots \quad (19)$$

Pendekatan dari $\frac{\partial f}{\partial x}$ dapat ditulis sebagai

a. *Forward difference*

$$f'(x) = \frac{f(x + \delta x) - f(x)}{\delta x} \quad (19.1)$$

b. *Backward difference*

$$f'(x) = \frac{f(x) - f(x - \delta x)}{\delta x} \quad (19.2)$$

c. *Centred difference*

$$f'(x) = \frac{f(x + \delta x) - f(x - \delta x)}{2\delta x} \quad (19.3)$$

Jika persamaan diferensial sampai orde ke-2 yaitu $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, maka uraian deret *Taylor* menuju orde 2 pada persamaan (19) kemudian dijumlahkan, maka

$$f(x + \delta x) = f(x) - \frac{(\delta x)^1}{1!} f'(x) + \frac{(\delta x)^2}{2!} f''(x)$$

$$f(x - \Delta x) = f(x) - \frac{(\delta x)^1}{1!} f'(x) + \frac{(\delta x)^2}{2!} f''(x)$$

-- +

$$f(x + \delta x) + f(x - \delta x) = 2f(x) + \delta x^2 f''(x)$$

$$f''(x) = \frac{f(x + \delta x) - 2f(x) + f(x - \delta x)}{\delta x^2} \quad (20)$$

2.5.1 Diskritisasi Persamaan *Black-Scholes* kedalam Metode *finite diffrence* Skema Implisit

Suatu model persamaan diferensial *Black-Scholes* untuk dua aset seperti persamaan (18) dapat dituliskan kedalam bentuk persamaan (21).

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -(r - q_1) S_1 \frac{\partial v}{\partial s_1} - \frac{1}{2}\sigma_1^2 S_1^2 \frac{\partial^2 v}{\partial s_1^2} - (r - q_2) S_2 \frac{\partial v}{\partial s_2} - \frac{1}{2}\sigma_2^2 S_2^2 \frac{\partial^2 v}{\partial s_2^2} - \rho\sigma_1\sigma_2 S_1 S_2 \frac{\partial^2 v}{\partial s_1 \partial s_2} + rV = 0 \quad (21)$$

Dalam kasus ini diidentifikasikan bahwa variabel-variabel pada model *Black-Scholes* dua aset menyatakan

S_1= saham dari Microsoft Co. (MSFT)

S_2 = saham dari Coca-Cola Co. (KO)

σ_1 = volatilitas untuk MSFT

σ_2 = volatilitas untuk KO

ρ = koefisien korelasi yang di dapat dari kedua saham

r = Tingkat suku bunga (*interest rate*)

q_1 = *dividend* dari MSFT

q_2 = *dividend* dari KO

dengan kondisi akhir ketika jatuh tempo[3]

$V(S_1, S_2, T) = \max(S_1, S_2), dimana\ 0 \leq S_1, S_2 < \infty$

dan kondisi batasnya

$V(0, S_2, t) = S_2, dimana\ 0 \leq S_2 < \infty$

$V(S_1, 0, t) = S_1, dimana\ 0 \leq S_1 < \infty$

$V(S_1, \infty, t) = \infty, dimana\ ,0 \leq S_1 < \infty$

$V(\infty, S_2, t) = \infty, dimana\ ,0 \leq S_2 < \infty$

Pertama, dengan menggunakan fungsi turunan parsial yang ada untuk mengaprokmasi maka,

$\frac{\partial V}{\partial S_1}, \frac{\partial^2 V}{\partial S_1^2}$ = turunan pertama dan kedua untuk saham MSFT (S_1)

$\frac{\partial V}{\partial S_2}, \frac{\partial^2 V}{\partial S_2^2}$ = turunan pertama dan kedua untuk saham KO (S_2)

$\frac{\partial^2 V}{\partial S_1 \partial S_2}$ = turunan kedua antara saham MSFT (S_1) dan saham KO (S_2)

$\frac{\partial V}{\partial t}$ = turunan partama terhadap waktu

Pada masing – masing fungsi turunan dan persamaan (20) dijabarkan kedalam bentuk persamaan berikut.

$$\frac{\partial V}{\partial t} \approx -r_1 S_1 \frac{V(S_1 + \delta S_1, S_2) - V(S_1 - \delta S_1, S_2)}{2\delta S_1}$$

$$-\frac{1}{2}\sigma_1^2 S_1^2 \frac{V(S_1 + \delta S_1, S_2) - 2V(S_1, S_2) + V(S_1 - \delta S_1, S_2)}{(\delta S_1)^2}$$

$$-r_2 S_2 \frac{V(S_1, S_2 + \delta S_2) - V(S_1, S_2 - \delta S_2)}{2\delta S_2}$$

$$-\frac{1}{2}\sigma_2^2 S_2^2 \frac{V(S_1, S_2 + \delta S_2) - 2V(S_1, S_2) + V(S_1, S_2 - \delta S_2)}{(\delta S_2)^2}$$

$$-\rho\sigma_1\sigma_2 S_1 S_2 \frac{V(S_1+\delta S_1, S_2+\delta S_2) - V(S_1-\delta S_1, S_2+\delta S_2) - V(S_1+\delta S_1, S_2-\delta S_2) + V(S_1-\delta S_1, S_2-\delta S_2)}{(\delta S_1 \delta S_2)}$$

$$+r\, V(S_1, S_2)$$

Dimana $r_1 = r - q_1$ dan $r_2 = r - q_2$. Kemudian, untuk S_1 dan S_2 dapat diubah ke

$S_1 = i\, \delta S_1$

$S_2 = j\, \delta S_2$

$V(S_1, S_2) = V_{i,j}$

Dimana,

$i = 1, \cdots M_1 \rightarrow S_1$

$j = 1, \cdots M_2 \rightarrow S_2$

Kemudian aset S_1 dan S_2 untuk komputasi dibatasi seharusnya

$S_1 \in [0, \infty]$

$S_2 \in [0, \infty]$

menjadi

$S_1 \in [S_1 min, S_1 max]$

$S_2 \in [S_2 min, S_2 max]$

Maka,

$$\frac{\partial V}{\partial t} \approx -r_1\, i\, \delta S_1 \left(\frac{V_{i+1,j} - V_{i-1,j}}{2\, \delta S_1}\right)$$

$$-\frac{1}{2}\sigma_1^2\, i^2\, \delta S_1^2 \left(\frac{V_{i+1,j} - 2V_{i,j} + V_{i-1,j}}{\delta S_1^2}\right)$$

$$-r_2\, j\, \delta S_2 \left(\frac{V_{i,j+1} - V_{i,j-1}}{2\, \delta S_2}\right)$$

$$-\frac{1}{2}\sigma_2^2\, j^2\, \delta S_2^2 \left(\frac{V_{i,j+1} - 2V_{i,j} + V_{i,j-1}}{\delta S_2^2}\right)$$

$$-\rho\sigma_1\sigma_2\, i\, \delta S_1 j\, \delta S_2 \frac{\begin{matrix} V_{i+1,j+1} - V_{i-1,j+1} \\ -V_{i+1,j-1} + V_{i-1,j-1} \end{matrix}}{(\delta S_1 \delta S_2)}$$

$$+r\, V_{i,j}$$

Maka

$$\frac{\partial V}{\partial t} \approx V_{i-1,j}\left(\frac{r_1 i}{2} - \frac{\sigma_1^2\, i^2}{2}\right) + V_{i+1,j}\left(-\frac{r_1 i}{2} - \frac{\sigma_1^2\, i^2}{2}\right) +$$

$$V_{i,j}\,(\sigma_1^2\, i^2 + \sigma_2^2\, i^2) +$$

$$V_{i,j-1}\left(\frac{r_2\, i}{2} - \frac{\sigma_2^2\, i^2}{2}\right) + V_{i,j+1}\left(-\frac{r_2\, i}{2} - \frac{\sigma_2^2\, i^2}{2}\right)$$

$$V_{i+1,j+1}\,(\sigma_1\sigma_2\,\rho\, i\, j) + V_{i-1,j+1}\,(-(\sigma_1\sigma_2\,\rho\, i\, j)) + V_{i+1,j-1}$$

Kemudian *payoff* untuk opsi beli dilihat pada persamaan (17) pada saat maksimum adalah sebagai initial akhir. Setelah itu dilakukan perubahan terhadap waktunya sebagai berikut.

$$\frac{\partial V}{\partial t} \approx \frac{V(S_1, S_2, t) - V(S_1, S_2, t - \delta t)}{\delta t}$$

$$\approx \frac{V_{i,j}^k - V_{i,j}^{k-1}}{\delta t}$$

Dimana,

$k = 1, \cdots N \rightarrow$ diskritisasi untuk waktu

Maka,

$$\frac{V_{i,j}^k - V_{i,j}^{k-1}}{\delta t} = d_{i,j}\, V_{i-1,j}^k + b_{i,j} V_{i,j-1}^k + a_{i,j} V_{i,j}^k + c_{i,j} V_{i,j+1}^k + e_{i,j}\, V_{i+1,j}^k + f_{i,j}\, V_{i-1,j+1}^k + g_{i,j}\, V_{i+1,j+1}^k + hh_{i,j}\, V_{i-1,j-1}^k + gg_{i,j}\, V_{i+1,j-1}^k$$

Dimana,

$$a_{i,j} = r + \sigma_1^2\, i^2 + \sigma_2^2\, j^2$$

$$b_{i,j} = \tfrac{1}{2}\sigma_2^2\, j^2 - \tfrac{1}{2} r_2\, j$$

$$c_{i,j} = \tfrac{1}{2}\sigma_2^2\, j^2 + \tfrac{1}{2} r_2\, j$$

$$d_{i,j} = \tfrac{1}{2}\sigma_1^2\, i^2 - \tfrac{1}{2} r_1\, i$$

$$e_{i,j} = \tfrac{1}{2}\sigma_1^2\, i^2 + \tfrac{1}{2} r_1\, i$$

$$f_{i,j} = (-(\sigma_1\sigma_2\,\rho\, i\, j))$$
$$g_{i,j} = (\sigma_1\sigma_2\,\rho\, i\, j)$$

$$hh_{i,j} = (\sigma_1\sigma_2\,\rho\, i\, j)$$

$$gg_{i,j} = (-(\sigma_1\sigma_2\,\rho\, i\, j)) \quad (22)$$

Sehingga didapat bentuk persamaan akhirnya untuk modifikasi *Black-Scholes* menggunakan metode *finite difference* dalam skema implisit,seperti pada persamaan (18).

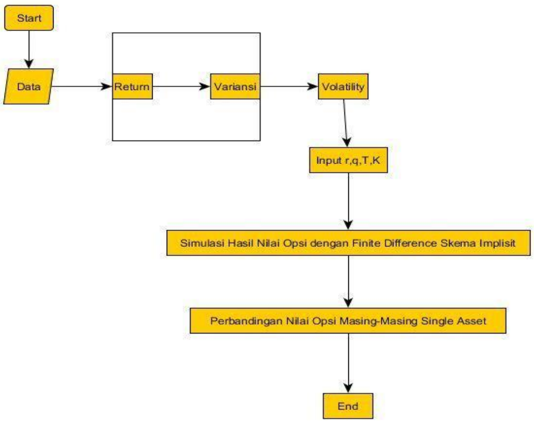
$$V_{i,j}^{k-1} = \delta t\,(d_{i,j}\, V_{i-1,j}^k + b_{i,j} V_{i,j-1}^k + \left[a_{i,j} + \frac{1}{\delta t}\right] V_{i,j}^k + c_{i,j} V_{i,j+1}^k + e_{i,j} V_{i+1,j}^k + f_{i,j}\, V_{i-1,j+1}^k + g_{i,j}\, V_{i+1,j+1}^k + hh_{i,j}\, V_{i-1,j-1}^k + gg_{i,j}\, V_{i+1,j-1}^k) \quad (23)$$

3. Perancangan Sistem

3.1 Alur Penyelesaian Masalah

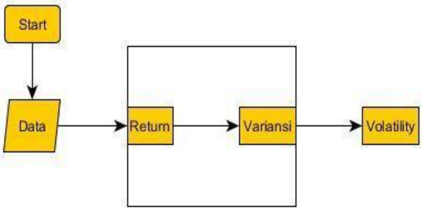
3.1.1 *Flowchart* untuk *single asset*

Flowchart dibawah ini merupakan alur kerja penyelesaian masalah dalam kasus penentuan nilai untuk *single asset* dengan menggunakan metode *finite difference* skema implisit.



Gambar 3.1 *Flowchart* metode *finite difference* skema implist untuk *single* aset

1. Penentuan parameter pada data



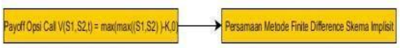
Gambar 3.2 Parameter Data dan Volatilitas

Perhitungan *return*, variansi dan volatilitas menggunakan dapat dilihat pada persamaan (1.1), (1.2) dan (1.3).

2. Inisialisasi awal

Pada tahap ini dilakukan pendefinisian awal variabel-variabel yang berpengaruh terhadap penentuan nilai opsi. Variabel-variabel yang didefinisikan seperti, waktu jatuh tempo (T), harga awal saham acuan (S(0)),harga kesepakatan/*strike price* (K), dividen (q).

3. Penetuan nilai Opsi

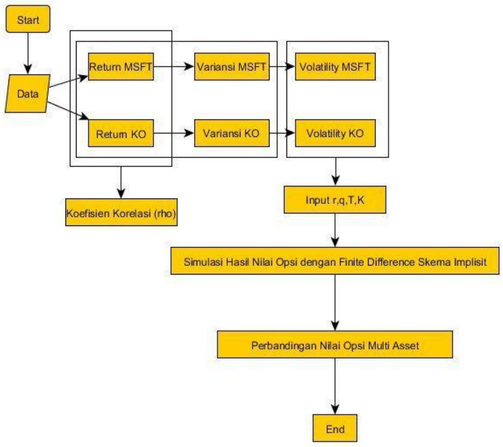


Gambar 3.3 Penentuan Opsi *Single* Aset

Penentuan nilai opsi dengan syarat salah satu nilai saham (S) adalah nol (0) supaya perhitungan opsi yang nilainya *single asset* dapat dilakukan, yang dalam hal ini diikuti kedalam metode *finite difference* skema implisit yang telah didapat dalam persamaan (23).

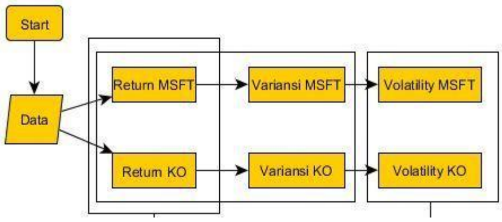
3.1.2 *Flowchart* untuk Multiaset

Flowchart dibawah ini merupakan alur kerja penyelesaian masalah dalam kasus penentuan nilai untuk multiaset dengan menggunakan metode *finite difference* skema implisit.



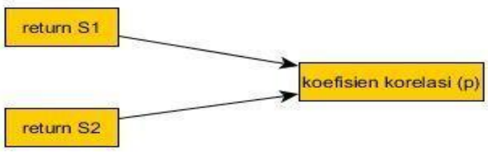
Gambar 3.4 *Flowchart* metode *finite difference* skema implist untuk Multiaset

1. Penentuan volatilitas



Gambar 3.5 Parameter Data dan Volatilitas untuk Multiaset

2. Parameter pada Data



Gambar 3.6 Parameter Data dalam Menentukan Koefisien Korelasi

Pada tahap ini, parameter yang dibutuhkan adalah koefisien korelasi yang dilambangkan (ρ) dan *dividend* (q) yang merupakan niai dividen dari masing-masing saham yang dipilih. Koefisien korelasi adalah angka yang menunjukkan arah dan kuatnya hubungan linear antar dua variabel atau lebih. Koefisien korelasi yang didapatkan dari hasil perhitungan kedua nila dari *return* saham adalah 0,1876 yang memiliki tingkat hubungan yang sangat rendah. Formula untuk mencari nilai koefisien korelasi (ρ), sebagai berikut.

$$\rho_{1,2} = \frac{Cov\ (R_1,R_2)}{\sigma_1\ \sigma_2} \quad (3.1)$$

Dimana :

R_1 = *return* pada saham MSFT

R_2 = *return* pada saham KO

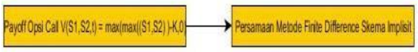
σ_1 = volatilitas pada saham MSFT

σ_2 = volatilitas pada saham KO

3. Inialisasi awal

Pada tahap ini dilakukan pendifinisian awal variabel-variabel yang berpengauh terhadap penentuan nilai opsi. Variabel-variabel yang didefinisikan seperti, waktu jatuh tempo (T), harga awal saham acuan (S(0)), harga kesepakatan/*strike price* (K), *dividen* (q).

4. Penetuan nilai Opsi



Gambar 3.7 Penentuan Opsi yang Nilainya Multiaset

Penentuan nilai opsi, yang dalam hal ini diikuti kedalam metode *finite difference* skema implisit yang telah didapat pada persamaan (23).

3.1.3 Skenario Pengujian

Skenario pengujian yang akan dilakukan pada tugas akhir ini adalah

1. Pengujian untuk mencari harga opsi *single asset* untuk membandingkan harga market yang ada pada masing-masing saham. Pengujian ini dilakukan dengan *strike price* yang sama pada kedua saham, yaitu K = 41, 42, 42.5, 43, 44, 45, 46, 47.
2. Pengujian untuk mencari harga opsi multiaset dengan mengabungkan saham awal dari kedua saham. Pengujian ini dilakukan dengan *strike price* yang sama pada kedua saham, yaitu K = 41, 42, 42.5, 43, 44, 45, 46, 47.
3. Pengujian terhadap MAD, akurasi dan error untuk *single asset* pada masing-masing saham.
4. Pengujian nilai sensitivitas terhadap *interest rate* (r) untuk *single asset* dan multiaset.
5. Pengujian nilai sensitivitas terhadap *volatiltas* untuk *single asset* dan multiaset.
6. Pengujian terhadap waktu jatuh tempo/*maturity time* (T) untuk *single asset* dan multiaset.

3.2 Data

Data berisi data – data harga dan opsi dari kedua saham saham. Data yang akan digunakan yaitu bersumber dari ”*Yahoo Finance”* mengenai opsi saham terhadap perusahaan *Microsoft Corporation (MSFT) dan Coca - Cola Co. (KO)*. Adapun data – data tersebut berisi data *close* harga saham dan harga opsi beli.

4. Analisis Hasil Pengujian

4.1 Perangkat Implementasi

Pada bab ini akan dibahas implementasi dari modifikasi model *Black-Scholes* dengan menggunakan metode *finite difference* skema implisit dalam menentukan nilai opsi beli (*call*) tipe Eropa. Perangkat lunak (software) yang digunakan dalam Tugas Akhir ini adalah Matlab® R2009a 32 bit dan dengan menggunakan perangkat laptop Axioo neOn.

4.2 Implementasi pada Opsi Beli (*call*) Tipe Eropa

4.2.1 Implementasi pada *single* aset

Pada pengujian ini, data yang diambil adalah data saham dari Microsoft Co. (MSFT) sebagai S_1 dan Coca-Cola Co. (KO) sebagai S_2 yang akan digunakan sebagai acuan untuk melakukan simulasi harga dalam menentukan nilai masing-masing opsi. Data kedua saham dalam rentang pengamatan yang diambil mulai tanggal 25 November 2012 - 25 November 2014 dari situs *yahoo finance* [5].

Dari tabel pengamatan/histori harga saham dicari parameter yang dibutuhkan sebelum melakukan penentuan nilai opsi tersebut. Harga saham acuan yang digunakan adalah harga saham *close*. Parameter yang digunakan yaitu volatilitas. Volatilitas tersebut sebagai parameter untuk mencari nilai opsi dari kedua saham masing-masing. Berdasarkan tabel diatas nilai volatilitas yang didapat untuk saham Microsoft Co. (MSFT) adalah 0,0139 dan untuk saham Coca-Cola Co. (KO) adalah 0,0095. Suku bunga bebas resiko saat ini diambil dari situs U.S Department of the Treasury [6] yaitu r = 0,37. Berdasarkan pengamatan kedua saham, memilki *dividen*d (q1) yaitu untuk Microsoft Co. (MSFT) 0,31 sedangkan untuk *dividend* (q2) Coca-Cola Co. (KO) 0,305.

Pada pengamatan data opsi, waktu rentang pengamatan yang diambil yaitu 25 November 2014 – 26 Desember 2014. Harga saham Microsoft Co. (MSFT) pada saat awal (S0) pengumpulan data yaitu 47,59 yaitu pada tanggal 25 November 2014.Sedangkan untuk saham Coca-Cola Co. (KO) pada saat awal pengumpulan data (S0) yaitu 44,27 pada tanggal yang sama. Pada proses pengumpulan data, harga saham awal menuju ke harga saham pada saat jatuh tempo (T) sehingga harga sahamnya setiap waktu berubah setiap harinya. Kemudian dilakukan pengumpulan data kedua saham setiap hari kerja. Waktu jatuh tempo (T) pada saat akhir pengumpulan data yaitu pada tanggal 26 Desember 2014, sehingga untuk T = 23 hari, jika data di ambil pada hitungan hari kerja. Kemudian ada N dimana sebagai subselang dari total waktu jatuh tempo per hari digunakan untuk mengetahui harga opsi saham pada hari yang ditentukan. Harga kesepakatan/ *strike price* (K) yang digunakan untuk kedua opsi tersebut yaitu K = 41, 42, 42.5, 43, 44, 45, 46, 47. Data tersebut berasal dari nilai opsi *call* dari masing-masing data opsi saham yang sama nilai kesepakatannya dari sumber *yahoo finance* [5]. Kemudian dalam perhitungan nilai opsi, harga opsi *market* yang ada pada saat pengumpulan data kemudian dibandingkan dengan nilai opsi yang didapat melalui perhitungan secara komputasi.

Tabel dibawah ini merupakan perkiraan harga opsi beli (*call*) tipe Eropa. Hasil perhitungan secara komputasi (Vhitung) yang didapat akan dibandingkan dengan nilai opsi dari market (Vmarket) pada kolom tabel ketika opsi tersebut diperdagangkan. Pada kolom Selisih MSFT dan Selisih KO merupakan selisih dari Vhitung yang didapat dengan Vmarket yang ada pada data opsi masing-masing dan kolom MAD adalah rata-rata dari selisih tersebut. Pada kolom Akurasi dan Error, didapat pada masing-masing saham melalui parbandingan Vhitung yang didapat dengan Vmarket pada data. Data pengamatan yang digunakan yaitu pada saat awal (25 November 2014) dan data pengamatan pada saat jatuh tempo (26 Desember 2014) pada kedua opsi saham tersebut. Perkembangan data kedua opsi per hari tersebut dapat dilihat pada halaman lampiran nomor 1.

25 November 2014 N = 1 (hari pertama)
Expired Date : 26 Desember 2014

Strike Price	S0 MSFT	Vmarket MSFT	Vhitung MSFT	Selisih MSFT	MAD	Akurasi	Error MSFT
41	47,59	7,45	7,34499	0,10501	0,455907	0,985905	0,01409530
42		6,35	6,22513	0,12487		0,980335	0,0196646
42,5		5,5	5,66521	0,16521		0,969962	0,0300382
43		5,26	5,10528	0,15472		0,970586	0,0294144
44		4,6	3,98543	0,61457		0,866398	0,1336022
45		3,7	2,86557	0,83443		0,774478	0,2255216
46		2,62	1,74572	0,87428		0,666305	0,3336947
47		1,4	0,625834	0,774166		0,447024	0,5529757

Tabel 4.1 Harga Opsi Beli (*call*) MSFT Tipe Eropa dengan N = 1

Strike Price	S0 KO	Vmarket KO	Vhitung KO	Selisih KO	MAD	Akurasi	Error KO
41	44,27	1,95	3,60863	1,65863	0,401199491	0,149421	0,8505795
42		2,72	2,5403	0,1797		0,933934	0,0660662
42,5		2,15	2,00613	0,14387		0,933084	0,0669163
43		1,37	1,47197	0,10197		0,925569	0,0744307
44		0,79	0,404571	0,385429		0,512115	0,4878848
45		0,40	3,07562e-006	0,399997		7,69E-06	0,9999923
46		0,22	1,51946e-013	0,22		6,91E-13	1
47		0,12	2,30966e-022	0,12		0	1

Tabel 4.2 Harga Opsi Beli (*call*) KO Tipe Eropa dengan N = 1

26 Desember 2014 N = 23 (jatuh tempo) expired date : 26 Desember 2014

Strike Price	S0 MSFT	Vmarket MSFT	Vhitung MSFT	Selisih MSFT	MAD	Akurasi	Error MSFT
41	48,14	6,6	7,22055	0,62055	0,4984725	0,905977	0,0940227
42		4,9	6,21552	1,31552		0,731527	0,2684735
42,5		4,45	5,713	1,263		0,71618	0,2838202
43		5,75	5,21049	0,53951		0,906172	0,0938278
44		4,24	4,20546	0,03454		0,991854	0,0081462
45		3,05	3,20043	0,15043		0,950679	0,0493213
46		2,2	2,1954	0,0046		0,997909	0,0020909
47		1,25	1,19037	0,05963		0,952296	0,047704

Tabel 4.45 Harga Opsi Beli (*call*) MSFT Tipe Eropa dengan N = 23

Strike Price	S0 KO	Vmarket KO	Vhitung KO	Selisih KO	MAD	Akurasi	Error KO
41	42,94	1,15	1,96252	0,81252	0,194173918	0,293461	0,7065391
42		1,15	0,959728	0,190272		0,834546	0,1654539
42,5		0,59	0,458333	0,131667		0,776836	0,2231644
43		0,18	0,00106766	0,178932		0,005931	0,9940686
44		0,05	0	0,05		0	1
45		0,02	0	0,02		0	1
46		0,01	0	0,01		0	1
47		0,16	0	0,16		0	1

Tabel 4.46 Harga Opsi Beli (*call*) KO Tipe Eropa dengan N = 23

Hasil perhitungan komputasi dari tabel 4.1 sampai 4.46, merupakan opsi *single* aset untuk harga opsi beli tipe Eropa. Pada tabel tersebut mengalami perubahan harga opsi, dimana harga opsi yang di dapat dari hasil perhitungan secara komputasi (Vhitung) mendekati harga opsi market (Vmarket) yang ada.

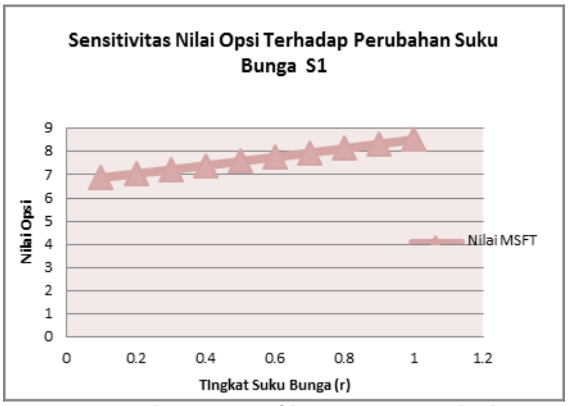
Pada MSFT rata-rata selisih (MAD) pada saat awal yaitu 0,455907 dan pada jatuh tempo yaitu 0,4984725. Untuk rata-rata akurasinya pada saat awal yaitu 0,832624167 dan pada saat jatuh tempo yaitu 0,894074163. Untuk rata-rata pada error pada saat awal yaitu 0,16737583 dan pada saat jatuh tempo 0,105925837. Pada KO rata-rata selisih (MAD) pada saat awal yaitu 0,455907 dan pada jatuh tempo yaitu 0,194173918. Untuk rata-rata akurasinya pada saat awal yaitu 0,431766285 dan pada saat jatuh tempo yaitu 0,238846749. Untuk rata-rata pada error pada saat awal yaitu 0,568233715 dan pada saat jatuh tempo 0,761153251. Sehingga terlihat bahwa harga opsi pada MSFT lebih baik dari pada harga opsi pada KO.

Dari hasil tabel tersebut terlihat bahwa, semakin besar *strike price* (K) yang ada maka harga opsi semakin kecil. Perubahan harga opsi pula didasari terhadap pada harga saham awal (S0) pada masing-masing saham. Pada N, ketika mendekati jatuh tempo untuk S0 yang sama maka harga opsi yang dihasilkan semakin kecil.

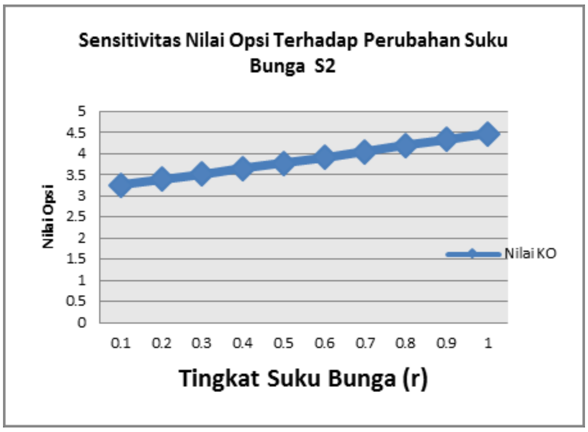
4.2.1.1 Pengujian terhadap Nilai Sensitivitas *Single* aset

Pengujian sensitivitas pada *single* aset digunakan tabel 4.1 dan tabel 4.2. Pengujian sensitivitas yang dilakukan yaitu terhadap tingkat suku bunga (r), volatilitas pada *single aset*, dan waktu jatuh tempo/*maturity time* (T). Hasilnya dapat dilihat pada gambar grafik dibawah ini.

4.2.1.1.1 Sensitivitas Tingkat Suku Bunga/*Interest Rate* (r)



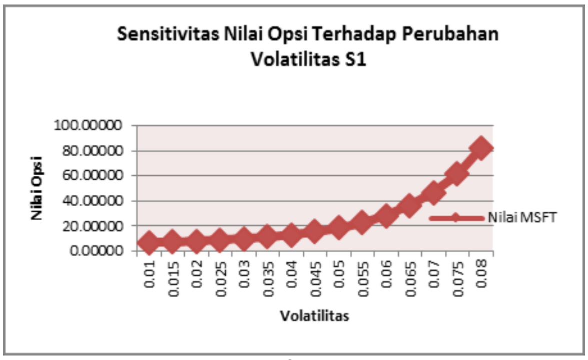
Gambar 4.1 Grafik sensitivitas suku bunga (r) terhadap MSFT (S1) pada *single* aset



Gambar 4.2 Grafik sensitivitas suku bunga (r) terhadap KO (S2) pada *single* aset

Hasil dari pengujian terhadap tingkat suku bunga (r) dengan K = 41, T = 23/252 hari dengan diikuti N = 1, σ_1 = 0.0139 untuk saham MSFT (S1) dan σ_2 = 0.0095 untuk saham KO (S2). Hasil tersebut yaitu semakin besar nilai suku bunga (r) dalam perhitungan *single* aset maka semakin besar pula nilai opsi yang didapatkan.

4.2.1.1.2 Sensitivitas terhadap Volatilitas



Gambar 4.3 Grafik sensitivitas volatilitas terhadap MSFT (S1) pada *single* aset

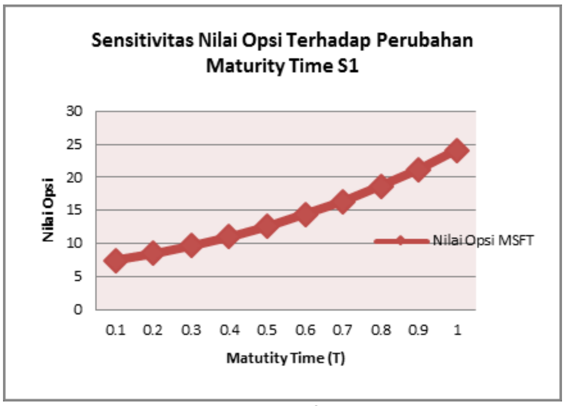
Gambar 4.4 Grafik sensitivitas volatilitas terhadap KO (S2) pada *single* aset

Dari pengujian masing-masing volatilitas (σ) terhadap kedua saham dengan K = 41, T = 23/252 hari dengan diikuti N = 1, σ_1 untuk σ_2 untuk saham KO (S2) nilainya berubah dengan selang

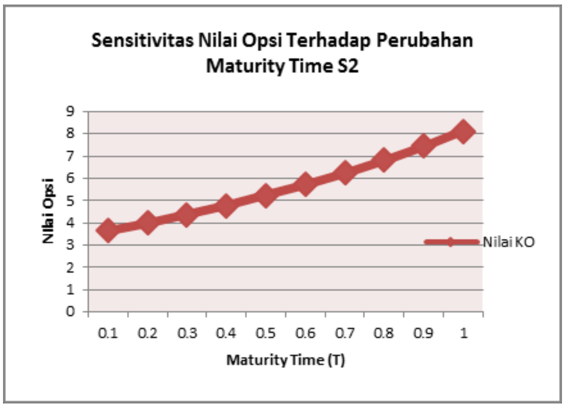
0, 01	0,0 15	0, 02	0,0 25	0, 03	0,0 35	0, 04	0,0 45
0, 05	0,0 55	0, 06	0,0 65	0, 07	0,0 75	0, 08	

. Berdasarkan hasil pengujian, bahwa semakin besar nilai volatilitas maka semakin besar pula nilai opsi yang didapat. Hal ini berpengaruh juga terhadap lama pengumpulan data histori atau pengamatan dari masing – masing saham yaitu nilai opsi yang dihasilkan semakin besar.

4.2.1.1.3 Sensitivitas terhadap Jatuh Tempo/*Maturity Time* (T)



Gambar 4.5 Grafik sensitivitas jatuh tempo/*maturity time* (T) terhadap MSFT (S1) pada *single* aset



Gambar 4.6 Grafik sensitivitas *maturity time* (T) terhadap KO (S2) pada *single* aset

Hasil pengujian terhadap *maturity time* (T) dengan K = 41, dengan diikuti N = 1, σ_1 = 0,0139 untuk saham MSFT (S1) dan σ_2 = 0,0095 untuk saham KO (S2). Hasil pengujian tersebut yaitu semakin tinggi waktu jatuh tempo/*maturity time* maka semakin besar pula nilai opsi yang didapat. Hal tersebut merupakan suatu jaminan terhadap kesepakatan antara pembeli opsi dengan penjual opsi dalam suatu kontrak opsi.

4.2.2 Implementasi untuk Opsi Multiaset

Pada pengujian suatu opsi yang nilainya multiaset, data saham yang digunakan masih sama yaitu (MSFT) Microsoft Co. (S1), dan (KO) Coca – Cola Co. (S2). Waktu pengamatan data masih sama di kedua saham yaitu selama 2 tahun. Dari data tersebut di cari untuk menentukan volatilitas (σ) kedua harga saham, maka diperoleh untuk MSFT σ_1= 0,0139 dan untuk KO σ_2 = 0,0095. Pada tingkat suku bunga saat ini diambil dari situs *U.S Department of the Treasury* [7] yaitu r = 0,37. Pada masing-masing *dividend*, diperoleh juga berdasarkan pengamatan data dan tahun yang sama, maka diperoleh untuk MSFT (q1) = 0,31 dan untuk KO (q2) = 0,305. Pada pengujian mutiaset ini, dalam mengetahui tingkat hubungan atau korelasi antara kedua saham maka diperlukan koefisien korelasi (ρ) diantara kedua saham. Koefisien korelasi diperoleh dari hasil perhitungan *return* pada pengamatan data saham tersebut, maka diperoleh koefisien korelasi nya (ρ) = 0,1876.

Tabel dibawah ini adalah perkiraan harga opsi beli (*call*) multiaset Eropa. Untuk melakukan perhitungan komputasi (Vhitung) digunakan metode *finite difference* skema implisit dengan menerapkan modifikasi model *Black-Scholes* untuk opsi lebih dari satu *underlying* aset. Data pengamatan opsi yang digunakan yaitu pada saat awal (25 November 2014) dan data pengamatan pada saat jatuh tempo (26 Desember 2014) pada kedua opsi saham tersebut. Perkembangan data kedua opsi per hari tersebut dapat dilihat pada halaman lampiran nomor 2. Dari *output* tersebut, hasil akan dibandingkan dengan melihat nilai market kedua saham yang lebih dominan dengan hasil perhitungan multiaset. Sebab, untuk opsi multiaset belum tersedia dipasar modal.

25 November 2014 N = 1 (hari pertama) *Expired Date* : 26 Desember 2014

Strike Price	S0 MSFT	Vmarket MSFT	S0 KO	Vmarket KO	Vhitung (MSFT,KO)
41	47,59	7,45	44,27	1,95	7,58546
42		6,35		2,72	6,42893
42,5		5,5		2,15	5,85066
43		5,26		1,37	5,2724
44		4,6		0,79	4,11586
45		3,7		0,40	2,95933
46		2,62		0,22	1,8028
47		1,4		0,12	0,646237

Tabel 4.47 Harga Opsi Beli (*call*) Multiaset Tipe Eropa dengan N = 1

26 Desember 2014 N = 23 (jatuh tempo) expired date : 26 Desember 2014

Strike Price	S0 MSFT	Vmarket MSFT	S0 KO	Vmarket KO	Vhitung (MSFT,KO)
41	48,14	6,6	42,94	1,15	7,23004
42		4,9		1,15	6,22369
42,5		4,45		0,59	5,72052
43		5,75		0,18	5,21734
44		4,24		0,05	4,21099
45		3,05		0,02	3,20464
46		2,2		0,01	2,19828
47		1,25		0,16	1,19193

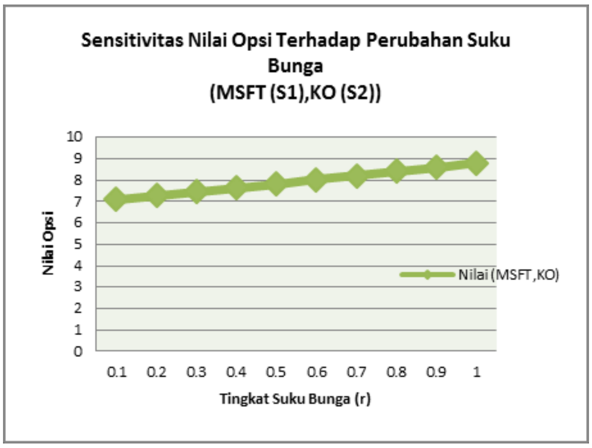
Tabel 4.69 Harga Opsi Beli (*call*) Multiaset Tipe Eropa dengan N = 23 (jatuh tempo)

Hasil dari pengujian dapat dilihat pada tabel 4.47 sampai 4.69, terlihat bahwa nilai opsi multiaset yang dihasilkan lebih dominan ke nilai market opsi yang lebih tinggi yaitu opsi MSFT dari semua harga kesepakatan (*strike price*) pada tabel tersebut. Perhitungan multiaset menghasilkan nilai opsi lebih besar dibandingkan perhitungan secara *single* aset.

4.2.2.1 Pengujian terhadap Nilai Sensitivitas Multiaset

Pengujian sensitivitas pada multiaset digunakan tabel 4.47. Pengujian sensitivitas yang dilakukan yaitu terhadap sensitivitas pada tingkat suku bunga (r), volatilitas pada multiaset yang berpengaruh pada tiap aset, dan waktu jatuh tempo/*maturity time* (T). Hasilnya dapat dilihat pada gambar dibawah ini.

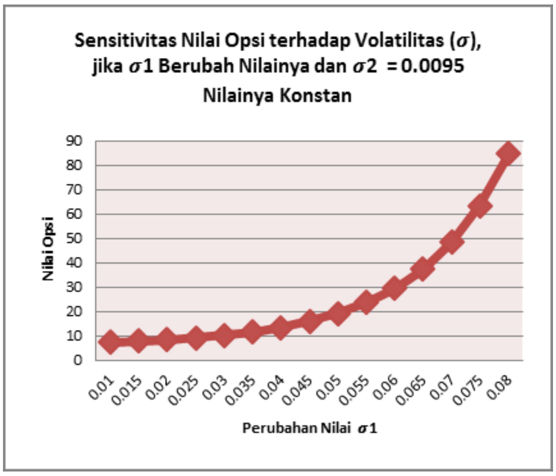
4.2.2.1.1 Sensitivitas Tingkat Suku Bunga/interest rate (r) pada Multiaset



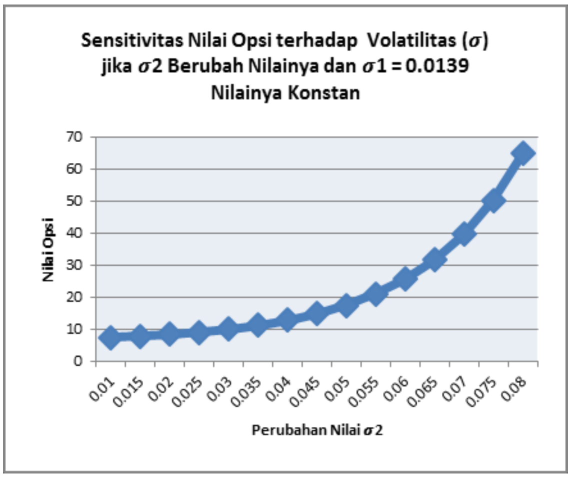
Gambar 4.7 Grafik sensitivitas suku bunga (r) terhadap MSFT (S1), KO (S2) pada multiaset

Hasil dari pengujian opsi multiaset dengan mengabungkan opsi saham MSFT dan KO (V(S_1,S_2)), pada tingkat suku bunga (r) dengan K = 41, T = 23/252 hari dengan di ikuti N = 1, σ_1 = 0,0139 untuk saham MSFT (S_1) dan σ_2 = 0,0095 untuk saham KO (S_2), memiliki dividen (q1) = 0,31 dan (q2) = 0,305 serta dengan memiliki koefisien korelasi (ρ) = 0,1876. Hasil pengujian bahwa semakin besar nilai tingkat suku bunga (r) dalam perhitungan multiaset maka semakin besar pula nilai opsi yang didapatkan. Nilai tingkat suku bunga yang dihasilkan secara multiaset lebih besar dibandingkan dengan nilai *single* aset.

4.2.2.1.2 Sensitivitas terhadap Volatilitas pada Multiaset



Gambar 4.8 Grafik sensitivitas volatilitas terhadap MSFT (S1) pada multiaset



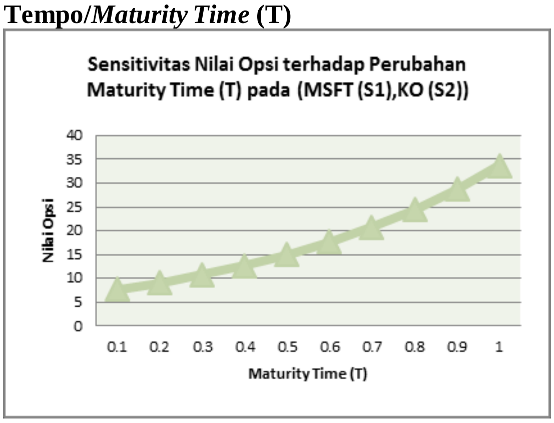
Gambar 4.9 Grafik sensitivitas volatilitas terhadap KO (S2) pada multiaset

Pengujian opsi multiaset dengan mengabungkan saham MSFT dan KO (V(S_1, S_2)). Pada pengujian masing-masing volatilitas (σ) terhadap kedua saham dengan K = 41, T = 23/252 hari dengan diikuti N = 1, memiliki dividen (q1) = 0,31 dan (q2) = 0,305 serta dengan memiliki koefisien korelasi (ρ) = 0,1876, σ_1 untuk saham MSFT (S_1) dan σ_2 untuk saham KO (S_2), yang masing-masing nilainya berubah dengan selang

0,0 1	0,01 5	0,0 2	0,02 5	0,0 3	0,03 5	0,0 4	0,04 5
0,0 5	0,05 5	0,0 6	0,06 5	0,0 7	0,07 5	0,0 8	

Hasil dari pengujian, bahwa semakin besar nilai volatilitas yang didapat pada multiaset maka semakin besar pula nilai opsi yang didapat. Hal ini berpengaruh juga terhadap pengumpulan data histori atau pengamatan dari masing – masing saham yaitu semakin besar pula nilai opsi yang dihasilkan. Nilai yang dihasilkan pada multiaset, baik terhadap S_1 maupun S_2 sama-sama mengalami perubahan nilai yang tidak jauh berbeda jika salah satu volatilitasnya (σ) mengalami perubahan. Nilai opsi yang dihasilkan S_2 ketika volatilitas (σ_2) berubah mendekati nilai yang dihasilkan volatilitas (σ_1). Namun perubahan tersebut tidak melebihi nilai opsi S_1 yang dihasilkan dari perubahan volatilitas (σ_1).

4.2.1.1.3 Sensitivitas terhadap Jatuh Tempo/*Maturity Time* (T)



Gambar 4.10 Grafik sensitivitas jatuh tempo/*maturity time* (T) terhadap MSFT (S_1), KO (S_2) pada multiaset

Pengujian opsi multiaset dengan mengabungkan saham MSFT dan KO (V(S_1,S_2)). Pada hasil pengujian terhadap *maturity time* (T) dengan K = 41, dengan diikuti N = 1, σ_1 = 0,0139 untuk saham MSFT (S_1) dan σ_2 = 0,0095 untuk saham KO (S_2), memiliki *dividend* (q1) = 0,31 dan (q2) = 0,305 serta dengan memiliki koefisien korelasi (ρ) = 0,1876. Hasil dari pengujian, bahwa semakin tinggi waktu jatuh tempo (*maturity time*) maka semakin besar pula nilai opsi yang didapat dan melebihi nilai dari *single* aset. Hal tersebut karena adanya suatu jaminan terhadap kesepakatan antara pembeli opsi dengan penjual opsi dalam suatu kontrak opsi.

4.3 Analisis Hasil

Berdasarkan hasil pengujian yang dilakukan terhadap data opsi. Hasil yang diperoleh dalam penentuan harga opsi menghasilkan harga opsi yang cukup dekat terhadap harga pasar/*market* pada masing-masing kedua opsi saham. Pada *single* aset menghasilkan perhitungan nilai yang mendekati dengan harga pasar dengan akurasi yang cukup baik yaitu pada saham MSFT (S_1) pada saat awal dan jatuh tempo. Berbeda dengan saham KO (S_2) yang mempunyai jarak akurasi yang kurang baik terhadap harga pasarnya. Hal tersebut dapat dilihat pada tabel 4.1 dan 4.46. Pada opsi multiaset, harga opsi lebih dominan ke harga opsi yang lebih tinggi.

Berdasarkan hasil pengujian untuk mencapai harga opsi yang dihasilkan agar lebih mendekati harga pasar, perlu dilakukan perubahan batas nilai δS_1, δS_2 dan δT dengan K = 41. Hasil pengujian dapat dilihat pada halaman lampiran nomor 3. Pengujian ketika nilai batas dari δS_1, δS_2 dan δT diperbesar, maka harga opsi yang dihasilkan semakin besar. Sebaliknya, pengujian ketika nilai batas dari δS_1, δS_2 dan δT dikecilkan, maka harga opsi yang dihasilkan semakin kecil. Berdasarkan pengujian tersebut, hasil untuk nilai batas dari δS_1, δS_2 dan δT dikecilkan lebih mendekati ke harga pasar/*market* dibandingkan nilai batas ketika diperbesar.

Harga kontrak opsi yang berisi jaminan kepastian merupakan kontrak opsi yang bernilai tinggi. Pada volatilitas, semakin tinggi volatilitas harga suatu opsi saham maka harga opsi tersebut juga semakin mahal dan harga opsi tentunya semakin memiliki resiko yang tinggi pula. Hal tersebut dapat terjadi karena harga saham dapat naik secara signifikan maupun turun secara drastis. Sehingga dapat menghasilkan bahwa suatu volatilitas dapat berbanding lurus dengan harga suatu opsi.

Pada pengujian volatilitas pada *single* aset terlihat pada gambar 4.3 dan 4.4 dimana ketika volatilitas σ_1 berubah ke 0,045 mengalami perubahan harga opsi yang cukup jauh dimana harganya semakin meningkat. Sedangkan pada volatilitas σ_2 mengalami perubahan harga opsi yang meningkat ketika σ_2 berubah ke 0,06. Pada pengujian multiaset yang terlihat pada gambar 4.8 dan 4.9 perubahan harga opsi ketika volatilitas diperbesar mengalami harga opsi juga cukup jauh ketika volatilitasnya berubah ke 0,045. Begitu pula pengujian terhadap suku bunga (r) terlihat pada gambar 4.1, 4.2 dan 4.7 dan jatuh tempo/*maturity time* (T) terlihat pada gambar 4.5,4.6 dan 4.10 yang sama hal nya mengalami perubahan peningkatan harga opsi baik itu *single* aset maupun multiaset.

5. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pengujian yang dilakukan baik pada pengujian untuk *single* aset maupun multiaset, maka dapat disimpulkan sebagai berikut.

1. Berdasarkan hasil pengujian, penerapan opsi multiaset dapat diterapkan dalam penentuan harga suatu kontrak opsi. Hasil yang didapat dari perhitungan nilai opsi tersebut hasilnya mendekati dengan nilai pasar (*market*) dari data tabel pengamatan saham yang ada.
2. Berdasarkan hasil perhitungan opsi beli (*call*) tipe Eropa, diketahui bahwa semakin besar harga kesepakatan/*strike price* (K), maka harga opsi nya semain kecil.
3. Berdasarkan hasil perhitungan secara komputasi untuk opsi multiaset nilainya cenderung lebih besar dari pada nilai opsi yang dihasilkan oleh *single* aset.
4. Berdasarkan hasil perhitungan secara komputasi untuk opsi multiaset nilainya cenderung lebih mengikuti saham MSFT karena harga market pada saham tersebut lebih besar dibanding saham KO.

Berdasarkan pengujian sensivitas nilai opsi terhadap perubahan suku bunga (r), volatilitas (σ) dan waktu jatuh tempo/*maturity time* (T), terjadi perubahan nilai opsi yang semakin meningkat atau besar terhadap masing-masing sensivitas tersebut.

6. Daftar Pustaka

[1] Wilmot, Paul. (2007). *Introduce Quantitative Finance Second Edition-2nd* . British: British Library.

[2] Higham, Desmond J. (2004). *An Introduction to Financial Option Valuation*. United Kingdom: Cambridge University Press.

[3] Han, Jun, March 2009, "Pricing Some American Multi-Asset Options". Deparment of Mathematics Uppsala University.Edition 6.

[4] Tandelilin, Eduardus (2001). *Analisisi Investasi dan Manajemen Portofolio*.Yogyakarta : Universitas Gadjah Mada.

[5] http://finance.yahoo.com/stock-center/stock-center/ diakses pada:23 November 2014 : 12.30.

[6] http://www.treasury.gov/resource-center/data-chart center/interest rates/Pages/TextView.aspx?data=yield/ diakses pada: 20 November 2014:10.00.

[7] http://www.sahamok.com/return-saham/ diakses pada 18 Februari 2015 : 11.43.

[8] Riduwan. (2003). *Dasar-Dasar Statistika.* Bandung: Alfabeta.

[9] Kowalik, Z. and Murty, T.S. (1993). *Numerical Modeling of Ocean Dynamics*. London: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.