

SIMULASI KEBIJAKAN PEMBAYARAN DALAM MANAJEMEN INVESTASI UNTUK DANA AMAL MENGGUNAKAN MONTE CARLO

Diah Fitri Wulandari¹, Deni Saepudin², Irma Palupi³

School of Computing Telkom University, Bandung

¹df.wulan@gmail.com, ²dns@ittelkom.ac.id, ³irmapalupi@gmail.com

Abstrak

Sebagian orang atau perusahaan menyisihkan penghasilan mereka untuk dana amal dalam bentuk investasi. Investasi yang digunakan adalah 50% untuk investasi aset berisiko dalam bentuk saham dari lima perusahaan dan 50% untuk aset bebas risiko dari dana awal. Dalam pengaturan investasi dana amal, akan digunakan tiga kebijakan yang berbeda dengan Simulasi Monte Carlo untuk menyimulasikan investasi bagian aset berisiko.

Kebijakan pertama yaitu, pembayaran dana amal dibayarkan dengan persentase yang konstan dari total investasi setiap tahunnya. Kebijakan kedua, pembayaran dana amal dibayarkan dengan persentase yang konstan tetapi dari rata-rata total investasi tiga tahun sebelumnya. Sedangkan kebijakan ketiga, pembayaran diambil dari keuntungan total investasi di akhir tahun investasi..

Berdasarkan penelitian yang dilakukan, kebijakan pertama investasi bertahan hingga 39 tahun dan pembayaran dana amal hingga 23 tahun dengan rata-rata pembayaran 246.864 rupiah. Pada kebijakan kedua investasi bertahan hingga 28 tahun dan pembayaran dana amal hingga 22 tahun dengan rata-rata pembayaran 244.037 rupiah. Dan untuk kebijakan ketiga investasi bertahan hingga 39 tahun dan pembayaran dana amal hingga 38 tahun dengan rata-rata pembayaran 211.410 rupiah.

Kata kunci: Metode *Monte Carlo*

Abstract

Some people or companies set aside their income to charity in the form of investment. Investments used was 50% for investment assets at risk in the form of shares of five companies and 50% for risk-free assets from the initial funding. In the charity fund investment arrangements, will be used three different policies with a Monte Carlo simulation to simulate the investment part of the assets at risk.

The first policy that is, charity fund payments paid by a constant percentage of total investments each year. The second policy, a charity fund payments paid by a constant percentage, but of the average total investment of the previous three years. While the third policy, payment is taken from the investment gains in the year-end total investment ..

Based on the research conducted, the first investment policy last up to 39 years and the payment of charitable funds up to 23 years with an average payment of 246 864 rupiah. In the second investment policy last up to 28 years and the payment of charitable funds to 22 years with an average payment of 244 037 rupiah. And the third policy investment to survive up to 39 years and the payment of charitable funds up to 38 years with an average payment of 211 410 rupiah.

Keywords: Monte Carlo Methods

1. Pendahuluan

Banyak orang atau perusahaan yang menyisihkan penghasilan mereka untuk dana amal. Seorang pendonor telah menyumbangkan sejumlah dana untuk amal dan menginginkan dana tersebut agar bertahan dalam jangka panjang dengan persentase yang wajar setiap tahunnya untuk dana amal tersebut. Untuk membantu agar dana amal ini tetap berjalan atau terus dapat dibayarkan maka perusahaan biasanya meminta bantuan untuk *me-manage* atau mengelola sejumlah dana yang tersebut. Sebagai pihak dari manajemen investasi memiliki berbagai pertanyaan mengenai persentase rasional, pengaruh dari inflasi serta kebijakan-kebijakan investasi yang diinginkan oleh pendonor.

Dana ini akan dikelola oleh manajemen tergantung permintaan dari pendonor dengan kebijakan yang disepakati oleh manajer. Ada beberapa kebijakan yang ditetapkan oleh manajemen. Adapun kebijakan pertama yang diberikan

adalah ketika pembayaran dana amal dibayarkan dengan persentase secara konstan dari dana awal, namun dengan konsekuensi pembayaran akan habis masa di beberapa titik waktu. Kebijakan kedua adalah ketika pembayaran dana amal diambil dari rata-rata beberapa tahun bergulir dengan jumlah yang bervariasi, namun pembayaran akan dipastikan selamanya. Kebijakan yang terakhir adalah dana amal akan diambil dari keuntungan investasi, jadi dana awal tidak akan pernah diambil untuk dana amal.

Agar dana sumbangan dari pendonor tersebut dapat bertahan dalam jangka panjang, maka dibutuhkan investasi untuk mengembangkan dana tersebut. Investasi yang diambil bisa dengan aset yang berisiko maupun dengan aset tanpa risiko.

2. Dasar Teori

2.1 Model Pergerakan Saham

Model pergerakan saham adalah persamaan diferensial stokastik. Pergerakan harga saham dikatakan memenuhi proses stokastik karena nilainya berubah terhadap waktu dengan pola yang tidak terduga. Pergerakan ini dapat digolongkan ke dalam proses stokastik variabel kontinu. Hal ini disebabkan oleh fakta bahwa harga saham dapat berubah secara acak pada selang waktu tertentu dan juga dapat berubah pada waktu kapan saja.

Pada tahun 1826-1827, R. Brown meneliti gerak partikel yang tidak beraturan untuk kemudian hasilnya sangat berguna untuk memodelkan pergerakan harga saham. Gerak yang tidak beraturan tersebut kemudian disebut gerak Brown (*Brownian Motion*). Gerak Brown atau juga dikenal dengan proses Wiener pada interval $[0, T]$ adalah proses stokastik $Z(t)$ yang memenuhi tiga kondisi berikut :

1. $Z(0) = 0$, dengan probabilitas 1.
2. $Z(t) - Z(s)$ berdistribusi $N(0, t-s)$ untuk semua $0 \leq s \leq t$.
3. Untuk $0 \leq s < t < u < v \leq T$, $Z(t) - Z(s)$ dan $Z(v) - Z(u)$ saling independen.

Selanjutnya gerak Brown tersebut akan digunakan dalam model pergerakan saham yang akan dijelaskan pada bagian selanjutnya.

i. Model Pergerakan Saham Tanpa Pembayaran Dividen

Misalkan S adalah harga saham pada saat t dan μ merupakan ekspektasi tingkat imbal hasil (*return*) saham per satuan waktu yang dinyatakan dalam desimal, maka besar imbal hasil yang diharapkan dari harga saham S sebesar μS . Artinya untuk selang waktu yang cukup kecil δt , ekspektasi kenaikan harga saham S adalah $\mu S \delta t$. Jika volatilitas harga saham selalu nol, maka model pergerakan harga saham adalah

$$dS = \mu S \delta t \quad (2.1)$$

Untuk $\delta t \rightarrow 0$, maka persamaan di atas dapat ditulis menjadi

$$dS = \mu S dt$$

Atau

$$\frac{dS}{S} = \mu dt$$

Jika persamaan di atas diintegrasikan pada interval $[0, T]$, diperoleh

$$S_T = S_0 e^{\mu T}$$

dengan S_0 dan S_T adalah harga saham pada waktu 0 dan T . Persamaan di atas menunjukkan harga saham meningkat secara *continuously compounding*. μS pada persamaan (2.1) disebut juga dengan proses drift untuk S .

Pada keadaan sebenarnya, volatilitas akan muncul pada pergerakan harga saham. Dalam jangka waktu yang pendek δt , diasumsikan perubahan tingkat imbal hasil adalah sama terlepas dari seberapa besar harga sahamnya. Akibatnya, dapat diasumsikan bahwa standar deviasi perubahan harga saham pada selang waktu δt haruslah proporsional dengan harga saham. Maka model (2.1) dengan volatilitas menjadi

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \quad (2.2)$$

Atau dapat ditulis sebagai

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$$

dengan μ adalah ekspektasi tingkat imbal hasil (*return*) per satuan waktu, σ merepresentasikan volatilitas harga saham, dan Z adalah proses Wiener.

Secara formal dinyatakan, variable Z mengikuti proses Wiener jika memiliki dua sifat berikut :

1. Perubahan δZ sepanjang periode yang kecil δt adalah

$$\delta Z = \epsilon \sqrt{\delta t}$$

dimana ϵ adalah bilangan random yang berdistribusi normal standar.

2. Nilai δ untuk sembarang dua interval kecil yang berbeda pada waktu δt bersifat independen.

Sehingga persamaan (2.2) untuk $\delta t=0$ dapat ditulis sebagai

$$Z_t = Z_0 + \epsilon \sqrt{t} \quad (2.3)$$

Model ini disebut juga model pergerakan harga saham untuk waktu diskrit. Model ini selanjutnya akan digunakan dalam ilustrasi simulasi Monte Carlo[3].

2.2 Simulasi Monte Carlo

Simulasi Monte Carlo adalah suatu metode untuk mengevaluasi secara berulang suatu model deterministik menggunakan himpunan bilangan acak sebagai masukan. Simulasi ini melibatkan penggunaan angka acak untuk memodelkan sistem, dimana waktu tidak memegang peranan yang substantif (*model statis*). Pada penelitian ini menggunakan simulasi Monte Carlo.

Suatu model memerlukan parameter input dan beberapa persamaan yang digunakan untuk menghasilkan output (atau variabel respon).

Dengan menggunakan parameter input berupa bilangan random, maka dapat mengubah suatu model deterministik menjadi model stokastik, dimana model merupakan suatu model pendekatan yang diketahui dengan pasti sedangkan model stokastik tidak pasti.

Monte Carlo pada penelitian ini digunakan untuk menyimulasikan investasi bagian aset berisiko. Di awal diketahui dana awal akan dialokasikan ke dana amal dan sisanya akan diinvestasikan ke aset berisiko dan aset bebas risiko. Misal $\bar{r}$ return di aset berisiko sehingga return dari $P\%$ yang dialokasikan akan menjadi $P\%(1+\bar{r})$, dan sisanya $(100-P)\%$ diinvestasikan pada aset bebas risiko. Faktor return aset berisiko diasumsikan sebagai berikut :

$$1 + \bar{r} \approx e^{\mu + \sigma \epsilon} \quad (2.4)$$

Untuk tahun awal (0) dana awal akan tetap. Selanjutnya untuk tahun pertama dan selanjutnya akan dilakukan 100 kali simulasi untuk menyimulasikan nilai lembar saham setiap tahunnya. Algoritmanya sebagai berikut.

For $i = 1$ to 100

do

- Generate ϵ , yaitu bilangan random berdistribusi $N(0,1)$
- Hitung $\bar{r} = 1 + \bar{r} = e^{\mu + \sigma \epsilon}$

End

$$1 + \bar{r} = E[\mu + \sigma Z_i] \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_i$$

Z_i merupakan bilangan random berdistribusi normal karena return dari aset berisiko diasumsikan berdistribusi normal.

2.3 Metode Mean Variance

Metode *Mean Variance* menggunakan nilai variansi sebagai parameter yang akan digunakan. Metode ini pertama kali diperkenalkan oleh Harry Markowitz (1952), Markowitz menunjukkan bahwa secara umum risiko mungkin dapat dikurangi dengan menggabungkan beberapa saham dalam pembentukan portofolio. Pada portofolio gabungan beberapa saham, perhitungan bobot yang akan digunakan adalah sebagai berikut :

$$w = \frac{\sigma_{22}(0)}{\sigma_{11}(0)}$$

Dimana $\mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_n]$, jumlah w_i harus sama dengan 1 atau sesuai dengan jumlah dana yang diinvestasikan oleh investor. Sehingga dapat didefinisikan

$$1 = \sum_{i=1}^n w_i$$

$$\mathbf{1} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]$$

Sedangkan untuk nilai *expected return* yang akan digunakan adalah

$$\mathbf{w} \cdot \mathbf{m}$$

atau dapat didefinisikan

$$m = [m_1 \ m_2 \ \dots \ m_n]$$

Selanjutnya matriks kovariansi antara nilai *return* dinotasikan sebagai $\mathbf{C} = \mathbf{C}(\mathbf{w})$. Pada Metode *Mean Variance*, matriks kovariansi jumlah I dan j merupakan n saham sehingga matriks yang akan dihasilkan adalah $n \times n$.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

Nilai diagonal dari matriks kovariansi merupakan nilai variansi dari saham ke-I atau dapat dinotasikan sebagai $\mathbf{C}_{ii} = \mathbf{C}(\mathbf{w})_{ii}$ dengan asumsi C memiliki nilai invers. Kemudian nilai *expected return* portofolio yang akan digunakan adalah

$$\mathbf{w} \cdot \mathbf{m} = \mathbf{E} \left(\sum_{i=1}^n w_i \cdot \mathbf{r}_i \right) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \mathbf{m}_i = \mathbf{w} \cdot \mathbf{m}$$

atau dapat dinotasikan sebagai

$$\mathbf{w} \cdot \mathbf{m} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{m}$$

dan nilai risiko portofolio yang akan digunakan adalah

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \mathbf{w} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{w} = \mathbf{w} \cdot \sum_{i=1}^n \mathbf{C}_{ii} \cdot \mathbf{w}_i \\ &= \mathbf{w} \cdot \left(\sum_{i=1}^n \mathbf{C}_{ii} \cdot \mathbf{w}_i \right) = \sum_{i=1}^n \mathbf{C}_{ii} \cdot \mathbf{w}_i^2 \\ &= \mathbf{w} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{w} \end{aligned}$$

atau dapat dinotasikan sebagai

$$\mathbf{w} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{w} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{w}$$

Penentuan bobot saham pada Metode *Mean Variance* sesuai dengan persamaan di atas dapat dinotasikan sebagai berikut

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{1}}{\mathbf{1}^T \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{1}}$$

Selanjutnya untuk menentukan nilai bobot saham berdasarkan nilai variansi dengan nilai *expected return* (μ_v) dapat dirumuskan sebagai berikut

$$\mathbf{w} = \frac{\begin{bmatrix} 1 \\ \mu_v \end{bmatrix} \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{1} - \mathbf{1}^T \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{1} \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \mu_v \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 \\ \mu_v \end{bmatrix} \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{1} - \mathbf{1}^T \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{1} \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \mu_v \end{bmatrix}}$$

Keterangan :

W = nilai bobot saham

μ_v = nilai *expected return* yang diharapkan

u = total dana investor (sama dengan 1)

C = matriks kovariansi

m = nilai *expected return* tiap saham

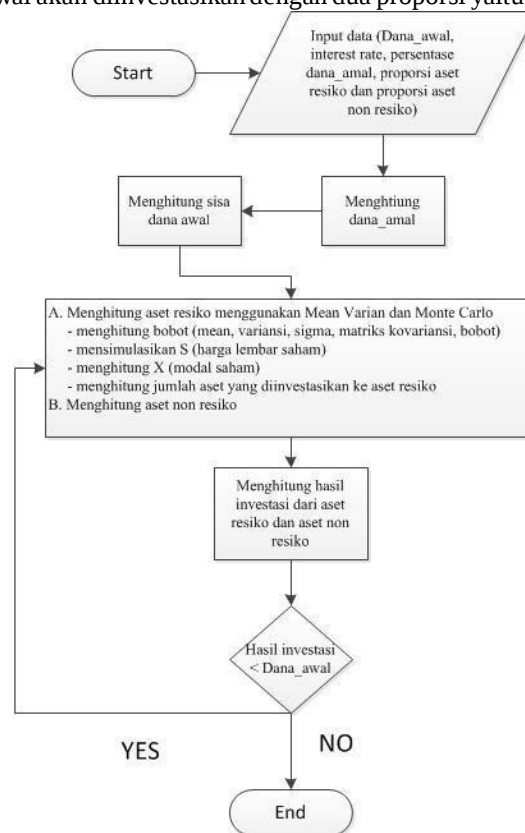
3 Perancangan Sistem

3.1 Deskripsi Sistem

Pada tugas akhir ini akan dibangun sebuah sistem untuk pengelolaan dana dari suatu perusahaan atau instansi atau pendonor agar dapat terus memberikan dana amal dengan cara investasi agar mendapat keuntungan sehingga dapat terus menyumbangkan dana amal tersebut dengan kebijakan yang telah dibuat.

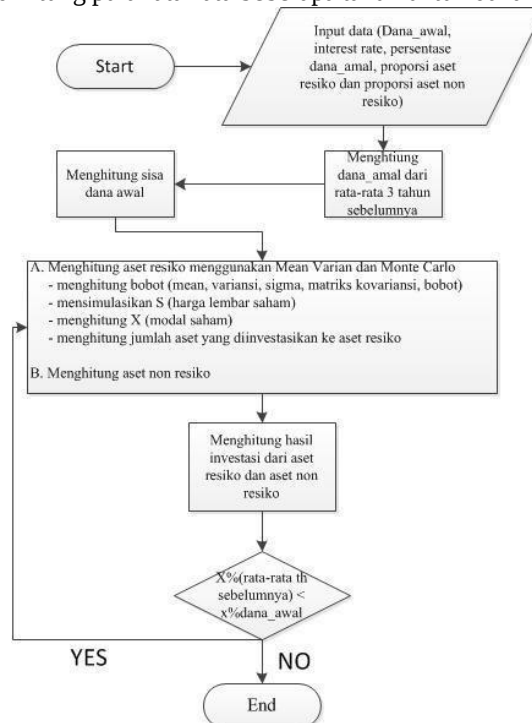
3.2 Pemodelan Kebijakan 1

Pada kebijakan 1 ini telah ditentukan dana awal. Dana amal diambil dengan persentase secara konstan dari dana awal. Setelah itu sisa dari dana awal akan diinvestasikan dengan dua proporsi yaitu aset berisiko dan aset tak berisiko.



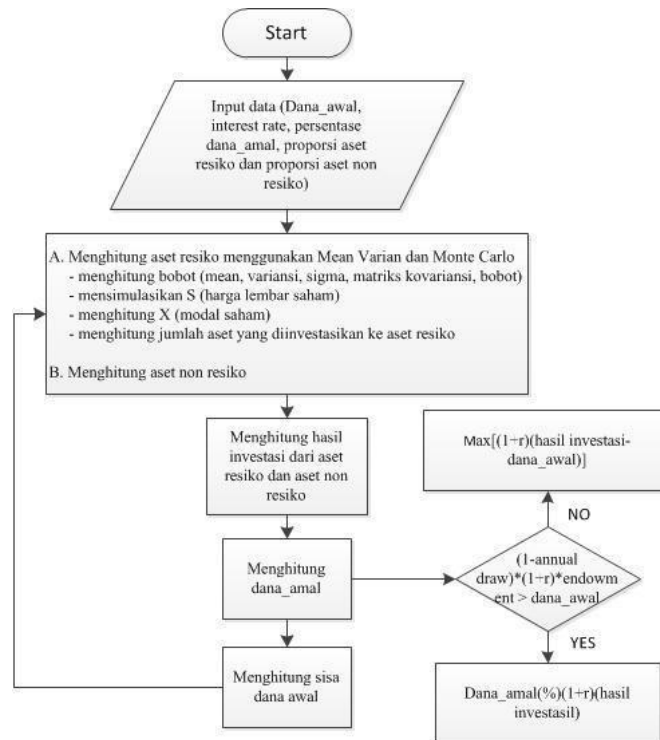
3.3 Pemodelan Kebijakan 2

Pada kebijakan ini dana amal akan diambil dari rata-rata investasi 3 tahun sebelumnya. Cara perhitungan sama dengan kebijakan pertama, namun dihitung pula rata-rata beberapa tahun untuk dana amalnya.



3.4 Pemodelan Kebijakan 3

Pada kebijakan ini dana awal dari pendonor tidak boleh digunakan untuk dana amal, namun diinvestasikan terlebih dahulu. Setelah itu dana amal akan diambil dari keuntungan investasi dana awal dengan mempertahankan dana awal tersebut.



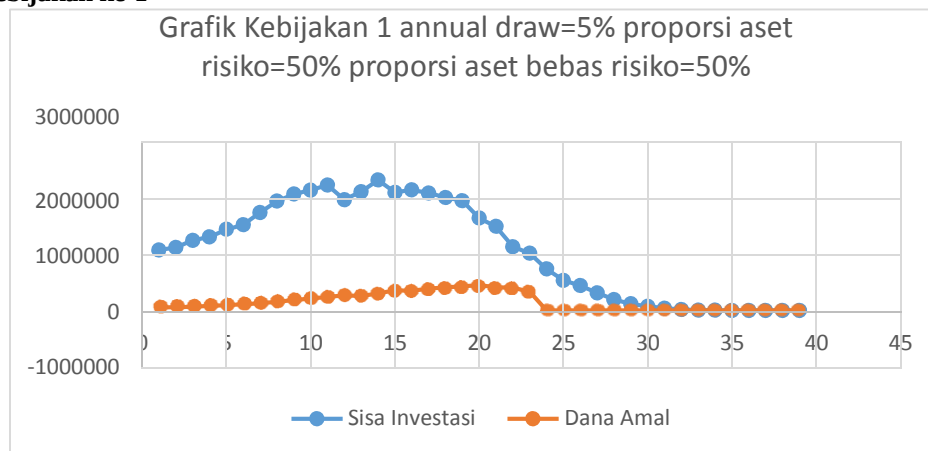
4. Implementasi Pengujian Sistem dan Analisis

4.1 Skenario Pengujian

Pengujian dilakukan menggunakan beberapa parameter. Parameter yang akan digunakan pada pengujian ini adalah mean dari return (μ) [0.4128 0.5113 0.2769 0.3585 0.6353], *annual draw* 5%, *interest rate* 7.75%, inflasi 8.36%, *risk free* 50% non-risk 50%. *Annual draw*, *endowment*, *risk free* dan *non-risk* ditentukan oleh pendonor dan saham perusahaan ditentukan oleh user, saham dipilih dari perusahaan di Indonesia. Meminimumkan risiko dan mencari bobot saham untuk menghitung skenario kebijakan pembayaran.

4.2 Hasil dan Analisis

4.2.1 Kebijakan ke-1



Gambar 4.1 Grafik hasil investasi dan dana amal kebijakan 1

Gambar 4.1 menunjukkan data hasil investasi dan pembayaran untuk dana amal pada kebijakan 1. Hasil investasi terus bertahan sampai dengan tahun ke-38 namun pembayaran dana amal bertahan sampai dengan tahun ke-23.

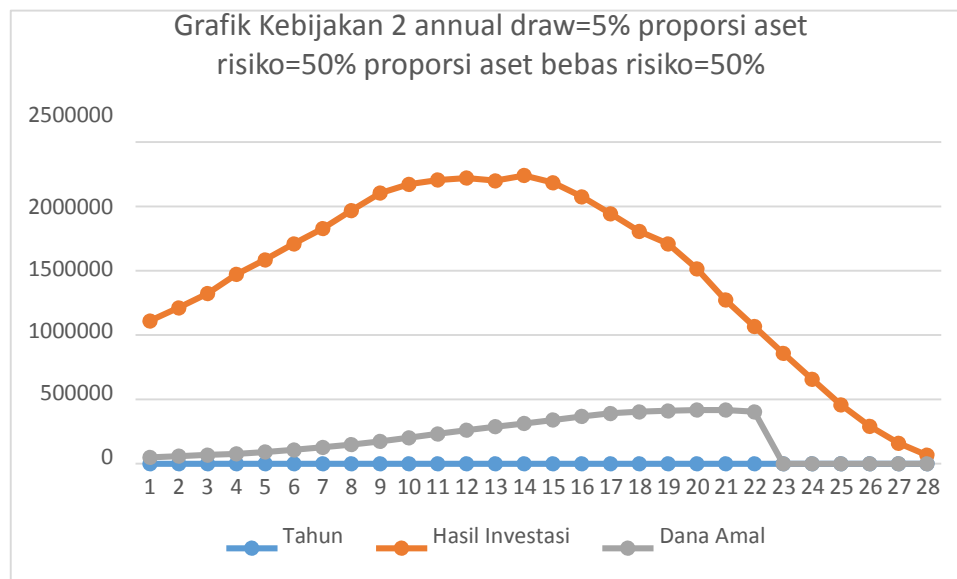
Pada penelitian ini dilakukan beberapa percobaan dengan nilai parameter yang berbeda untuk persentase proporsi aset risiko dan aset bebas risiko serta persentase dana amal.

Tabel 4-8 Jumlah Waktu Pembayaran Dana Amal

Persentase aset risiko	Persentase pengambilan dana amal					
		3%	4%	5%	6%	7%
	0%	19 tahun	13 tahun	8 tahun	4 tahun	0 tahun
	20%	25 tahun	18 tahun	15 tahun	14 tahun	10 tahun
	40%	30 tahun	25 tahun	21 tahun	18 tahun	13 tahun
	50%	32 tahun	26 tahun	23 tahun	20 tahun	14 tahun
	60%	34 tahun	27 tahun	25 tahun	21 tahun	16 tahun
	80%	36 tahun	30 tahun	26 tahun	22 tahun	21 tahun
	100%	38 tahun	31 tahun	28 tahun	25 tahun	23 tahun

Tabel 4-8 menunjukkan lama waktu pembayaran dana amal. Pembayaran paling lama adalah 38 tahun dengan persentase pengambilan dana amal sebesar 3% dengan proporsi aset risiko 100% dan proporsi aset bebas risiko sebesar 0%.

4.2.2 Kebijakan 2



Gambar 4.2 Grafik hasil investasi dan dana amal kebijakan 2

Gambar 4.1 menunjukkan data hasil investasi dan pembayaran untuk dana amal pada kebijakan 1. Hasil investasi terus bertahan sampai dengan tahun ke-28 namun pembayaran dana amal bertahan sampai dengan tahun ke-22.

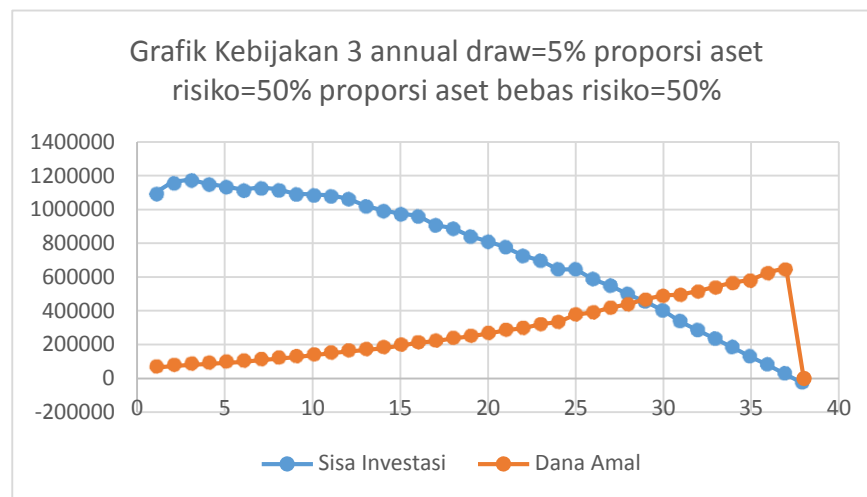
Pada penelitian ini dilakukan beberapa percobaan dengan nilai parameter yang berbeda untuk persentase proporsi aset risiko dan aset bebas risiko serta persentase dana amal.

Tabel 4-13 Jumlah Waktu Pembayaran Dana Amal

Persentase aset risiko	Persentase pengambilan dana amal					
		3%	4%	5%	6%	7%
	0%	19 tahun	13 tahun	8 tahun	4 tahun	0 tahun
	20%	25 tahun	20 tahun	16 tahun	12 tahun	9 tahun
	40%	29 tahun	24 tahun	20 tahun	16 tahun	13 tahun
	50%	31 tahun	26 tahun	22 tahun	18 tahun	15 tahun
	60%	32 tahun	27 tahun	24 tahun	19 tahun	18 tahun
	80%	34 tahun	30 tahun	27 tahun	23 tahun	19 tahun
	100%	37 tahun	32 tahun	28 tahun	25 tahun	23 tahun

Tabel 4-13 menunjukkan lama waktu pembayaran dana amal. Pembayaran paling lama adalah 37 tahun dengan persentase pengambilan dana amal sebesar 3 dengan proporsi aset risiko 100% dan proporsi aset bebas risiko sebesar 0%.

4.2.3 Kebijakan 3



Gambar 4.3 Grafik hasil investasi dan dana amal kebijakan 3

Gambar 4.3 menunjukkan hasil investasi dan pembayaran dana amal pada kebijakan 3. Investasi terus bertahan sampai dengan tahun ke-38 namun pembayaran dana amal hanya bertahan di tahun ke-37.

Pada penelitian ini dilakukan beberapa percobaan dengan nilai parameter yang berbeda untuk persentase proporsi aset risiko dan aset bebas risiko serta persentase dana amal.

Tabel 4-18 Jumlah Waktu Pembayaran Dana Amal

Persentase aset risiko	Persentase pengambilan dana amal					
		3%	4%	5%	6%	7%
	0%	44 tahun	41 tahun	38 tahun	36 tahun	34 tahun
	20%	44 tahun	41 tahun	38 tahun	36 tahun	34 tahun
	40%	44 tahun	41 tahun	38 tahun	36 tahun	34 tahun
	50%	44 tahun	41 tahun	38 tahun	36 tahun	34 tahun
	60%	44 tahun	41 tahun	38 tahun	36 tahun	34 tahun
	80%	44 tahun	41 tahun	38 tahun	36 tahun	34 tahun
	100%	44 tahun	41 tahun	38 tahun	36 tahun	3 tahun

Tabel 4-18 menunjukkan lama waktu pembayaran dana amal pada kebijakan ke-3. Pembayaran paling lama adalah 43 tahun dengan persentase pengambilan dana amal sebesar 3% dengan proporsi aset risiko yaitu dari 0- 100%.

5 Kesimpulan

Berdasarkan pengujian yang dilakukan, penelitian tugas akhir ini dapat disimpulkan bahwa untuk perbandingan *proporsi risky* 50% dengan *proporsi non risk* 50% dan lamanya tahun dibatasi sampai dengan 100 tahun dengan persentase pembayaran dana amal adalah 5% maka pada kebijakan 3 didapatkan hasil investasi yang lebih lama yaitu sampai tahun ke-39 dengan pembayaran dana amal sampai tahun ke-38. Pembayaran dana amal pada kebijakan ke-3 juga memiliki nilai yang efektif untuk waktu yang lama dibandingkan kebijakan lainnya yakni dengan nilai rata-rata 211.410 rupiah.

Daftar Pustaka

- [1] Akash Deep, peter Frumkin .(???). The Foundation Payout Puzzle. Available on SRRN.
- [2] Simon Benninga. (2010). Rules of Thumb for Endowment Management.
- [3] Brown, Jeffrey, Stephen G. Dimmock, Jun-Koo Kang, Scott Weisbenner (2010). "Why I Lost My Secretary : The Effect of Endowment Shocks on University Operations. " NBER paper.
- [4] Brown, Keith C., Lorenzo Garlappi, Cristian Tiu (2007), The Troles of Academe: Asset Allocation, Risk Budgeting and the Investmenet Performance of University Endowmnet Funds. Available on SRRN.
- [5] Commonfund, Principles of Endowment Management.
- [6] Eckhardt, R. ,1987, Stan Ulam, John von Neumann, and the Monte Carlo Method. Los Alamos Science (Special Issue 15), 131-137.
- [7] Kwak, Y. H., & Ingall, L. ,2007, Exploring Monte Carlo Simulation Applications For Project Management. Risk Management, 9, 44-57.
- [8] Martin, Maximilian (???). Managing Philanthropy in a Downturn. Available on SRRN.
- [9] Martin, Maximilian, et. al. (2007). F4F - Finance of Foundations: Expanding the Toolbox for Impact, USB paper. Available on SRRN.
- [10] McCabe, B. ,2003, Monte Carlo Simulation For Schedule Risks. Paper presented at the Proceedings of the 2003 Winter Simulation Conference.
- [11] Monte Carlo Method ,2008, Online. http://www.riskglossary.com/link/monte_carlo_method.htm Diakses pada tanggal 16 Oktober 2008.
- [12] Reed, Andrea, Cristian Tiu, Uzi Yoeli (2009). Decentralized Downside Risk Management. Available on SRRN.
- [13] Rubinstein, R Y. 1981. *Simulation and Monte Carlo Method*. Willey & Sons, New York