

Penerapan Algoritma Genetika *Multi-objective* SPEA-II Pada Optimasi Portofolio Saham

Sheila Nur Fadhila¹, Deni Saepudin², Rian Febrian Umbara³

^{1,2,3} Prodi S1 Ilmu Komputasi, Fakultas Informatika, Universitas Telkom

Jalan Telekomunikasi No.1, Dayeuh Kolot, Bandung 40257

sheilafadhilaa@gmail.com¹, denisaepudin@telkomuniversity.co.id², rianum123@gmail.com³

Abstrak

Algoritma Genetika *multi-objective* (SPEA-II) merupakan salah satu bagian dari *evolutionary algorithm* yang dapat digunakan untuk menemukan atau mendekati himpunan *pareto-optimal* pada permasalahan optimisasi *multi-objective*. Pada penelitian ini Algoritma Genetika *multi-objective* (SPEA-II) digunakan untuk menyelesaikan permasalahan optimisasi portofolio yang terdiri dari saham-saham yang tergabung dalam Indeks LQ45.

Beberapa Parameter yang digunakan antara lain ukuran populasi, ukuran arsip, maksimum generasi, probabilitas *crossover*, dan probabilitas mutasi. Adanya penambahan jumlah populasi dan generasi akan berdampak pada semakin besarnya kesempatan setiap individu untuk mendapatkan solusi yang dicari. Hasil akhir dari penelitian ini berupa *efficient frontier* yaitu kumpulan dari pilihan terbaik bagi investor yang mampu menawarkan tingkat *return* yang maksimum untuk tingkat risiko tertentu. Semakin banyak jumlah saham yang digunakan dalam portofolio akan berpengaruh terhadap *error* yang diperoleh. Hal tersebut dapat dilihat dari hasil kinerja Algoritma Genetika *multi-objective* SPEA-II yang memberikan hasil cukup baik untuk 5 sampai 10 saham dan kurang baik untuk 11 saham ke atas dilihat dari konvergensinya.

Kata kunci: *Strenght Pareto Evolution Algorithm* (SPEA-II), *multi-objective*, portofolio saham

Abstract

Genetic Algorithms method of *multi-objective* (SPEA-II) is one part of the evolutionary algorithm that can be used to find or approach the Pareto-optimal set on *multi-objective* optimization problems, the final result of this research the Genetic Algorithms *multi-objective* (SPEA-II) is used to solve the optimization problems of the stock portfolio of Indeks LQ45 .

Some parameters used are size of population, size of archive, maximum generation, probability of crossover and probability of mutation. The addition of the total population and generation will influence the increasing opportunity of every individual to obtain the solution sought. The final result of this research in the form of the efficient frontier, where it is a set of the best options for the investor which offer the minimum level risk at a given to expected return. The more of stock used in the portfolio will influence the error result. It can be seen from the results of genetic algorithm performance of *multi-objective* SPEA-II that gives fairly good results for the 5 to 10 stocks and defective for the 11 stocks above, reviewed from convergence.

Keywords: *Strenght Pareto Evolution Algorithm* (SPEA-II), *multi-objective*, stock portfolio

1. Pendahuluan

Portofolio merupakan gabungan atau kombinasi dari beberapa instrument atau asset investasi yang disusun untuk mencapai tujuan investor. Portofolio saham merupakan gabungan atau kombinasi dari beberapa saham, dengan proporsi masing-masing saham dalam portofolio disebut sebagai bobot portofolio. *Return* merupakan sejumlah nilai yang akan diterima investor dari hasil investasi pada periode waktu tertentu. Risiko merupakan ukuran fluktuasi dari *return* yang dapat diestimasi dengan variansi atau standar deviasi dari nilai-nilai *return* yang sudah didapatkan sebelumnya. Konsep risiko dan *return* tersebut dipopularkan oleh Markowitz. Salah satu dasar ilmu keuangan Markowitz yang populer adalah adanya hubungan *trade-off* yang merupakan hubungan antara risiko dan *return*, dimana semakin besar *return* yang ingin didapatkan maka semakin besar risiko yang diterima dan sebaliknya. Pemilihan ini ditentukan oleh tipe investor, oleh karena itu akan ada banyak pilihan terhadap portofolio. Kumpulan dari pilihan terbaik bagi investor yang mampu menawarkan tingkat *return* tertinggi dengan risiko yang sama disebut dengan *efficient frontier*.

Dalam kehidupan sehari-hari banyak ditemukan permasalahan optimisasi, dimana kita harus mencari solusi optimal yaitu dengan mempertimbangkan banyak tujuan. Permasalahan optimisasi yang berisi lebih dari satu tujuan dikenal dengan *multi-objective optimization*. Seperti halnya terdapat banyak tujuan yang ingin dicapai oleh suatu perusahaan dalam memproduksi suatu barang, yaitu ketika waktu produksi barang cepat tetapi kualitas barang yang dihasilkan kurang bagus dan ketika waktu produksi barang lama tetapi kualitas barang yang dihasilkan bagus. Tujuan itu tentu saja berlawanan satu dengan yang lainnya, sehingga tidak memungkinkan adanya solusi tunggal dalam penyelesaiannya.

Metode Algoritma Genetika *Multi-objective* SPEA-II merupakan salah satu *evolutionary algorithm* yang sangat populer digunakan pada permasalahan optimisasi *multi-objective*, sebelumnya *multi-objective* dengan menggunakan algoritma genetika sudah pernah dilakukan dalam penelitian oleh Karoon Suksonghong, Kittiping Boonlong, Kim-Leng

Goh dalam menyelesaikan permasalahan optimisasi portofolio dibidang pasar listrik[11]. Hasil yang didapat dari penelitian-penelitian yang sudah

dilakukan menunjukkan bahwa algoritma genetika *multi-objective* dapat menyelesaikan masalah optimisasi portofolio dengan lebih dari satu fungsi tujuan dan menghasilkan solusi yang mendekati Pareto optimal.

Pada penelitian ini, Algoritma Genetika *multi-objective* SPEA-II diterapkan untuk mendapatkan individu-individu terbaik yang berupa nilai bobot untuk masing-masing saham yang selanjutnya akan digunakan untuk menghitung nilai *expected return* dan risiko portofolio saham. Hasil akhir dari penerapan Algoritma Genetika *multi-objective* SPEA-II adalah menghasilkan *efficient frontier*. Kinerja Algoritma Genetika *multi-objective* SPEA-II telah memberikan hasil yang cukup baik untuk 5 sampai 10 saham dan kurang baik untuk 11 saham ke atas dilihat dari konvergensinya.

2. Optimasi Portofolio

2.1 Saham

Saham merupakan tanda penyertaan atau kepemilikan seseorang atau badan dalam suatu perusahaan atau perseroan terbatas. Menerbitkan saham merupakan salah satu pilihan perusahaan ketika memutuskan untuk pendanaan perusahaan. Wujud saham adalah selebar kertas yang menerangkan bahwa pemilik kertas tersebut adalah pemilik perusahaan yang menerbitkan surat berharga tersebut [1].

Pembentukan Harga Saham terjadi karena adanya *supply* dan *demand*. *Supply* dan *demand* tersebut terjadi karena beberapa faktor antara lain sifat yang spesifik atas saham tersebut (kinerja perusahaan dan industri dimana perusahaan tersebut bergerak) maupun faktor yang sifatnya makro seperti tingkat suku bunga, inflasi, nilai tukar dan faktor-faktor non ekonomi seperti kondisi sosial dan politik, dan faktor lainnya [2]. Pada dasarnya, ada dua keuntungan yang diperoleh ketika membeli atau memiliki saham, yaitu [1]:

2.2 Return, Expected Return dan Risiko Saham

Return adalah nilai balikan yang diperoleh setelah berinvestasi. *Expected return* adalah *return* yang diharapkan dalam investasi. Risiko merupakan hasil yang didapat tidak sesuai dengan harapan yang diinginkan.

2.2.1 Return

Return merupakan tingkat keuntungan yang diperoleh oleh pemodal atas suatu investasi yang telah dilakukannya, sedangkan *Return saham* merupakan *income* yang diperoleh oleh pemegang saham sebagai hasil dari investasi di perusahaan tertentu. *Return* dapat dirumuskan sebagai berikut [6] :

$$R_i = \frac{S_i - S_{i-1}}{S_{i-1}} \tag{1}$$

Keterangan:

R_i = Return saham pada waktu i S_i
 S_i = Harga saham pada waktu i S_{i-1}

2.2.2 Expected Return

Expected Return merupakan tingkat kembalian yang diharapkan oleh investor atas suatu investasi yang akan diterima pada masa yang akan datang. Expected return dapat dituliskan dengan:

$$\mu = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^T R_i \quad (2)$$

dan didekati nilainya dengan menghitung rata-rata dari return saham dengan rumus:

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{k=1}^T R_i}{T} \quad (3)$$

Ketrangan:

$\hat{\mu}$ = Expected Return saham

T = Jumlah periode waktu

R_i = Return saham pada waktu i

2.2.3 Risiko

Risiko dapat dinyatakan sebagai ukuran fluktuasi dari return yang diperoleh. Variansi dapat digunakan untuk menghitung resiko karena dengan menghitung variansi kita dapat melihat sebaran harga saham, semakin besar sebarannya maka semakin besar pula resikonya.

Persamaan umum variansi dapat dituliskan seperti:

$$\sigma^2 = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^T R_i^2 - (\hat{\mu})^2$$

Variansi akan diestimasi nilainya sebagai:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{k=1}^T (R_i - \hat{\mu})^2}{T} \quad (3)$$

Ketrangan:

$\hat{\sigma}^2$ = variansi return saham

R_i = Return saham pada waktu ke i

$\hat{\mu}$ = Expected return saham

T = Jumlah periode waktu

2.3 Porfolio Saham

Portofolio adalah gabungan atau kombinasi dari beberapa instrumen atau aset investasi yang disusun untuk

wn). Jika seluruh bobot portofolio dijumlahkan akan berjumlah total 100% atau 1. Artinya seluruh dana telah diinvestasikan dalam portofolio.

2.3.1 Expected Return dan Risiko Portofolio

Expected Return dari suatu portofolio bisa diestimasi dengan menghitung rata-rata tertimbang dari return . Secara sistematis, rumus untuk menghitung expected return portofolio dengan w didefinisikan sebagai [6]:

$$\hat{\mu}_p = \sum_{i=1}^n w_i \mu_i \quad (4)$$

Keterangan:

$\hat{\mu}_p$ = Expected return portofolio

w_i = Bobot saham ke i

μ_i = Expected return saham i

n = Banyaknya saham dalam portofolio

Sedangkan untuk menghitung risiko portofolio harus diperhatikan korelasi atau hubungan antara saham-saham pembentuk portofolio. Sehingga risiko portofolio dapat dituliskan dengan rumus[4]:

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= \text{Var}(\sum_{i=1}^n w_i \mu_i) = \text{Var}(\sum_{i=1}^n w_i R_i) \\ &= \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \end{aligned} \quad (5)$$

Keterangan:

σ mencapai tujuan investasi investor. Portofolio seorang investor dalam n saham merupakan proporsi dana yang ditentukan dalam masing-masing aset.

Proporsi nilai portofolio yang diinvestasikan dalam setiap aset-aset individual dalam portofolio disebut sebagai bobot portofolio yang dilambangkan dengan (w_1, w_2, \dots).

- σ^2 = Risiko portofolio
- $w_i w_j$ = Bobot saham i dan j
- w = Vektor bobot
- σ_{ij} = Kovariansi antara saham i dan j
- C = Matriks kovariansi

2.4 Metode Portofolio *Mean Variance*

Pada tahun 1959, Harry Markowitz membentuk suatu pendekatan investasi saham baru dengan metode *Mean-Variance*, *Mean-Variance* membentuk konsep risiko dengan menggunakan konsep statistik yaitu variansi. Metode Portofolio *Mean-Variance* menekankan pada usaha memaksimalkan *expected return* atau meminimumkan risiko. Pada metode *Mean-Variance*, penentuan bobot saham dengan variansi minimum akan menggunakan persamaan sebagai berikut [6] :

$$w = \frac{u \cdot c^{-1}}{c^{-1} \cdot 1^T} \tag{6}$$

Keterangan:

w = Vektor bobot, masing-masing saham, dalam portofolio, $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ dengan w_i adalah bobot saham ke- i

u = Vektor baris yang semua entrinya berukuran $(1 \times n)$, dimana n adalah jumlah saham

c = Matriks kovariansi $(n \times n)$.

Selanjutnya untuk menentukan bobot saham dengan

variansi minimum dan dengan memasukkan *expected return* portofolio yang diinginkan dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$w = \frac{1 \cdot c^{-1} \cdot m - c^{-1} \cdot 1 \cdot (1^T \cdot c^{-1} \cdot m - 1)}{1^T \cdot c^{-1} \cdot 1 - c^{-1} \cdot 1 \cdot 1} \tag{7}$$

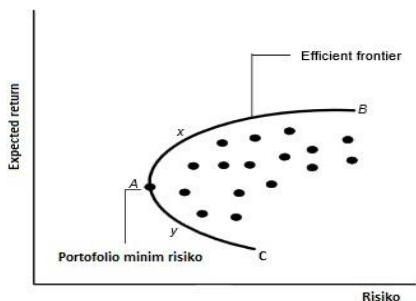
Keterangan:

μ = *Expected return* portofolio yang diinginkan

m = Vektor $(n \times 1)$ *expected return* saham.

2.4.1 Efficient frontier

Efficient frontier pertama kali dikemukakan oleh Harry Markowitz pada tahun 1952. Portofolio-portofolio pada *efficient frontier* adalah portofolio optimal dimana tujuannya menawarkan *expected return* maksimal untuk beberapa tingkat risiko tertentu. Bagian dari *efficient frontier* merupakan pilihan terbaik bagi investor karena mampu menawarkan *return* tertinggi dengan risiko yang sama.



Gambar 1 Grafik *Efficient frontier*

2.5 Optimasi Multi-objective

Multi-objective problem merupakan permasalahan optimasi yang berisi lebih dari satu tujuan. Masalah

optimasi portofolio saham dengan pendekatan *Mean variance* dapat dituliskan sebagai masalah optimasi *Multi-objective* yaitu:

$$\min wCw^T \tag{8}$$

$$\max \sum_{i=1}^n w_i \mu_i \tag{9}$$

$$w^T 1 = 1$$

Dengan kendala, $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.

Optimisasi *multi-objective* dapat didefinisikan dalam persamaan[7]:

$$f_1(w), f_2(w), \dots, f_n(w) \tag{10}$$

Keterangan:

n = Jumlah fungsi tujuan

w = Vektor dari variable keputusan $[w_1, w_2, \dots, w_n]^T$.

Pada penelitian ini fungsi yang akan dioptimalkan adalah *expected return* dan risiko, dimana tujuan yang ingin dicapai adalah dengan memaksimalkan *expected return* serta meminimumkan risiko. Optimisasi portofolio *multi-objective* dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\min_{w \in W} f_1 \tag{11}$$

$$\min_{w \in W} f_2 \tag{12}$$

Dengan kendala, $\sum_{i=1}^n w_i = 1$



Keterangan:

$$f_1 = wCw^T \text{ (Fungsi objektif 1)}$$

$$f_2 = \frac{1}{(\sum_{i=1}^n w_i \mu_i) + 1} \text{ (Fungsi objektif 2)}$$

Berdasarkan Gambar 1 dapat dilihat bahwa titik A adalah portofolio minim risiko. AB adalah kombinasi *risk-return* terbaik untuk investor. Bagian AB inilah yang disebut *efficient frontier* atau *efficient set* dari portofolio. Oleh karena itu, portofolio X dominan terhadap portofolio Y artinya pada tingkat risiko yang sama, portofolio X

memiliki *expected return* lebih besar dari portofolio Y [12].

-  = Bobot saham ke i
-  = *Expected return* saham i
- C = Matriks kovariansi saham

2.6 *Strenght Pareto Evolutionary Algorithm II (SPEA-II)*

(SPEA- II) merupakan algoritma hasil pengembangan dari algoritma SPEA . Algoritma SPEA-II tersebut direpresentasikan sebagai berikut :

a) **Inisialisasi (Inputan awal)**

Inputan awal pada tahap ini terdiri dari : ukuran populasi (P_t), ukuran arsip (A_t) dan maksimum

generasi (max_gen), Probabilitas *Crossover*(Pc), Probabilitas mutasi (Pm).

b) Perhitungan nilai fitness

Proses penghitungan nilai *fitness* pada SPEA-II akan dijelaskan sebagai berikut :

a) Untuk semua individu populasi (P_t) dan arsip (A_t) hitung nilai $S(i)$ atau *Strenght* yaitu jumlah individu yang mendominasi individu lain. $S(i)$ dapat direpresentasikan sebagai berikut :

$$S(i) = |\{ j / j \in P_t + A_t \wedge i \succ j \} | \tag{13}$$

Dari fungsi diatas dapat disimpulkan bahwa:

- |.| menyatakan jumlah populasi anggota himpunan,
- + menyatakan *multiset union*,
- > menyatakan *pareto dominance* ($i \succ$ ~~decision~~ *decision vector* yang dihasilkan i mendominasi *decision vector* yang dihasilkan j)

b)Selanjutnya menghitung nilai $R(i)$ atau *raw fitness* untuk setiap individu, yaitu penjumlahan dengan menggabungkan nilai $S(i)$ antar individu, :

$$R(i) = \sum_{j \in S(i)} S(j) \tag{14}$$

Dari fungsi diatas dapat disimpulkan bahwa:

- + menyatakan *multiset union*,
- > menyatakan *pareto dominance* ($j \succ$ ~~decision~~ *decision vector* yang dihasilkan j mendominasi *decision vector* yang dihasilkan i)

c)Selanjutnya menghitung $D(i)$ atau yang dikenal sebagai *density* untuk setiap individu dengan menggunakan *Euclidian distance*. Setelah didapat jarak untuk setiap individu maka gunakan rumus dibawah ini untuk mendapatkan nilai $D(i)$:

$$D(i) = \frac{1}{d_i^{k+2}} \tag{15}$$

Dalam penyebut, ~~di~~ dihitung dengan *Euclidian*

distance. Terdapat tambahan angka 2 dibawah untuk memastikan bahwa nilainya lebih besar dari 0. Sehingga, *fitness total* $F(i)$ didapat dengan menjumlahkan nilai nilai $R(i)$ dan $D(i)$, sehingga $F(i)$ dapat dituliskan sebagai berikut:

$$F(i) = R(i) + D(i) \tag{16}$$

Keterangan :

$R(i)$ = *raw fitness*

c) Environmental Selection

Selanjutnya adalah Copy semua individu yang tidak saling mendominasi yang memiliki nilai *fitness* < 1 dari (P_t) dan (A_t) ke (A_t) yang telah ditentukan diawal. Terdapat 3 tahapan dalam tahap *environmental selection* yaitu :

1. (A_t) = ($A_{t(size)}$) , apabila ukuran arsip (hasil pengcopyan individu *nondominated* yang memiliki nilai *fitness* < 1 dari arsip dan populasi ke arsip) sama dengan ukuran arsip yang telah ditentukan diawal maka berhenti.
2. (A_t) < ($A_{t(size)}$) , apabila ukuran arsip (hasil pengcopyan individu *nondominated* yang memiliki nilai *fitness* < 1 dari arsip dan populasi ke arsip) kurang dari ukuran arsip yang telah ditentukan maka tambahkan individu *dominated* dari populasi sebelumnya ke arsip yang telah ditentukan di awal.
3. (A_t) > ($A_{t(size)}$) , apabila ukuran arsip (hasil pengcopyan individu *nondominated* yang memiliki nilai *fitness* < 1 dari arsip dan populasi ke arsip) melebihi ukuran arsip yang telah ditentukan maka hapus individu tersebut dengan *truncation method*, yaitu menghitung jarak masing-masing individu dengan *euclidian distance*, lalu urutkan individu tersebut sesuai jarak minimumnya, hapus individu yang memiliki jarak minimum sesuai dengan kuota arsip yang dibutuhkan

d) Mating Selection

Seleksi menggunakan seleksi *turnament binary*, yaitu mengambil sebanyak n kromosom secara random, kemudian pilih satu kromosom yang memiliki nilai *fitness* paling tinggi untuk menjadi orang tua. Hal ini dilakukan berulang-ulang hingga di dapatkan jumlah orang tua yang diinginkan.

e) Kawin Silang dan Mutasi

Pada tugas akhir ini, kawin silang yang digunakan adalah *Intermediate crossover*. *Intermediate crossover* adalah rekombinasi yang paling umum digunakan. Kedua anak dihasilkan berdasarkan rumus [10]:

$$\text{Anak 1} \quad : p_1 + \text{rand}(p_2 - p_1) \tag{17}$$

$$\text{Anak 2} \quad : p_2 + \text{rand}(p_1 - p_2) \tag{18}$$

$D(i)$ =
Density

Dimana P adalah orangtua. Jika α ditentukan random. Sedangkan mutasi yang digunakan pada tugas akhir ini adalah *swap mutation*. *Swap mutation* dilakukan dengan menentukan jumlah kromosom yang akan mengalami mutasi dalam satu populasi melalui parameter *mutation rate* (pm) dimana proses mutasi dilakukan dengan cara menukar gen yang telah dipilih secara acak dengan sesudahnya, *swap mutation* dapat direpresentasikan sebagai berikut:

0.1	0.4	0.2	0.3
0.4	0.1	0.2	0.3

Gambar 2. Swap mutation

f) Ouput

Hasil keluarannya adalah berupa arsip (A_t) yaitu (*nondominated* dan *dominated individual*).

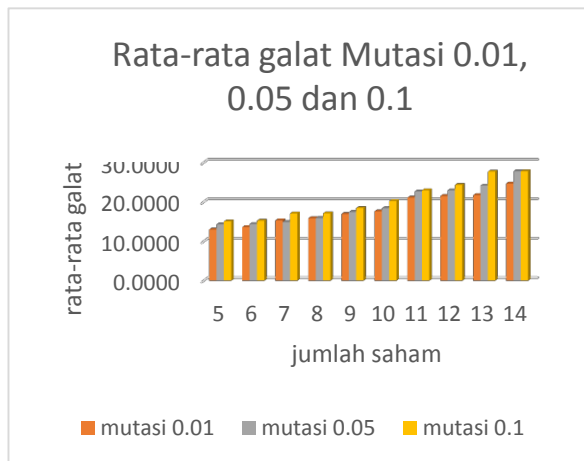
3. Analisis Hasil Pengujian

Tujuan dari pengujian sistem adalah menguji kinerja Algoritma Genetika *Multi-objective* SPEA-II untuk mencari parameter Algoritma genetika *Multi-objective* yang terbaik. Parameter NSGA-II yang digunakan yaitu ukuran populasi 100, maksimum generasi 1000, probabilitas crossover 0.99, dan probabilitas mutasi 0.01, 0.05, dan 0.1.

Pengujian ini dilakukan *running* sebanyak empat kali untuk setiap data yang sama. Setiap kali *running*, hasil dari Algoritma genetika *Multi-objective* NSGA-II dan *Mean variance* akan disimpan untuk mendapatkan nilai rata-rata galat.

3.1 Hasil rata-rata dari nilai galat

Hasil Pengaruh Probabilitas mutasi (P_m) dengan probabilitas crossover berturut-turut 0.99, 0.95 dan 0.9 terhadap hasil galat yang didapat untuk jumlah saham yang berbeda, hasil rata-rata galat tersebut dapat dilihat pada grafik di bawah ini :



Gambar 3. Grafik rata-rata mutasi 0.01, 0.05 dan 0.1

Berdasarkan Gambar 3 dapat dilihat bahwa hasil rata-rata galat pada mutasi 0.01, 0.05 dan 0.1 dengan probabilitas *crossover* berturut turut 0.99, 0.95 dan 0.9 dapat dilihat bahwa semakin besar Probabilitas mutasi yang digunakan berpengaruh terhadap nilai rata-rata galat untuk setiap portofolio saham. Probabilitas mutasi 0.01 lebih baik

dibandingkan probabilitas mutasi 0.05 dan 0.1 dilihat dari nilai rata-rata galat.

3.2 Standar deviasi

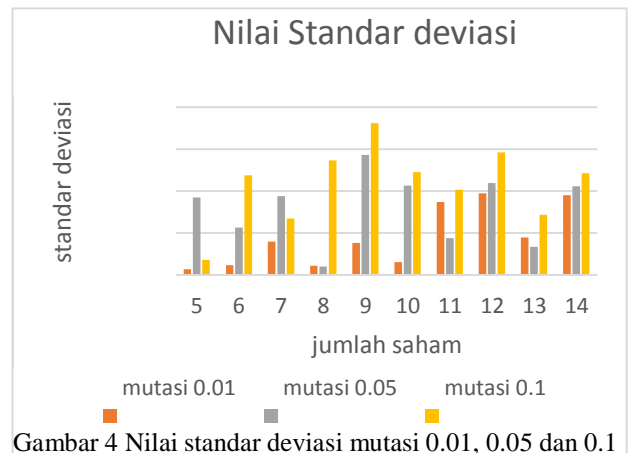
Nilai standar deviasi dihitung dari hasil galat *running* program untuk jumlah saham yang berbeda dengan tujuan mengukur seberapa luas penyimpangan nilai data tersebut

dari nilai rata-rata nya. Nilai standar deviasi untuk mutasi 0.01, 0.05 dan 0.1 dapat dilihat pada table di bawah ini :

Tabel 1 Hasil nilai standar deviasi

jumlah saham	standar deviasi		
	mutasi 0.01	mutasi 0.05	mutasi 0.1
5	0.0655	0.9239	0.1776
6	0.1125	0.5647	1.1858
7	0.3970	0.9401	0.6715
8	0.1053	0.0975	1.3644
9	0.3794	1.4323	1.8067
10	0.1512	1.0636	1.2238
11	0.8693	0.4380	1.0142
12	0.9724	1.0934	1.4600
13	0.4455	0.3352	0.7183
14	0.9490	1.0548	1.2125

Hasil nilai standar deviasi untuk probabilitas mutasi 0.01, 0.05, dan 0.1 dapat dilihat pada grafik berikut:



Gambar 4 Nilai standar deviasi mutasi 0.01, 0.05 dan 0.1

Tabel 4.10 dan Gambar 4.8 dapat dilihat bahwa nilai standar deviasi untuk 5 sampai 14 saham dengan mutasi 0.01, 0.05 dan 0.1 dengan probabilitas *crossover* berturut turut 0.99, 0.95 dan 0.9 menunjukkan bahwa nilai dari galat yang ada pada himpunan tersebut cukup banyak yang tersebar jauh dari nilai rata-rata galat himpunan tersebut, sehingga sebaran galatnya cukup besar yang menyebabkan nilai standar deviasi bervariasi (standar deviasi kecil dan standar deviasi besar).

3.3 Efficient frontier

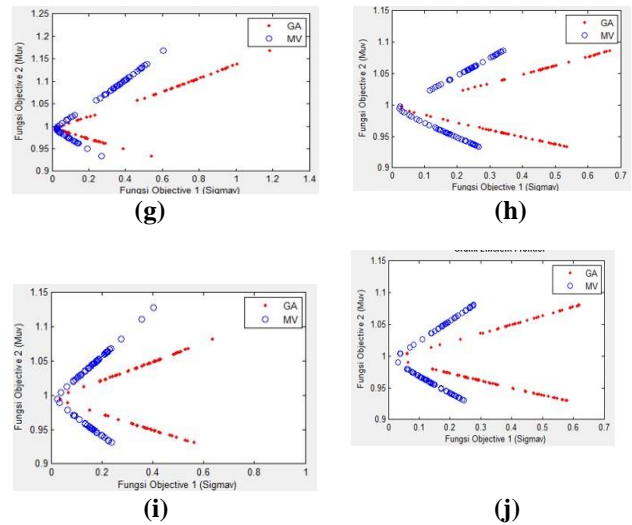
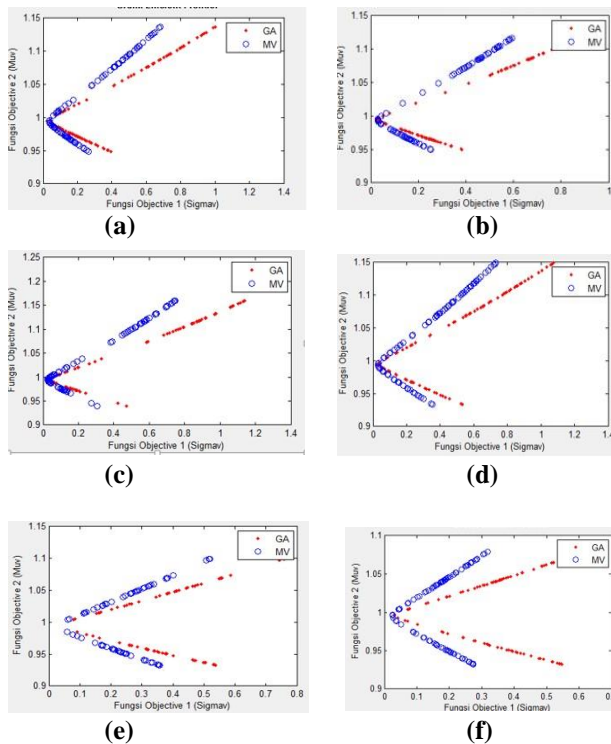
Keluaran yang dihasilkan dari Metode Algoritma Genetika *Multi-objective* SPEA-II adalah berupa *efficient frontier*. Mutasi yang terpilih adalah mutase 0.01 dengan probabilitas crossover 0.99. Pemilihan nilai mutase 0.01 dengan probabilitas crossover 0.99 berdasarkan dari hasil nilai galat yang lebih kecil dibandingkan ketika menggunakan mutase 0.05 dan 0.1. Berikut daftar Tabel nilai galat terbaik berdasarkan galat paling kecil dari setiap *running* program yang dilakukan pada mutasi 0.01 :

Tabel 2. Galat terpilih

Hasil Akhir dari nilai Galat terpilih untuk masing-masing

jumlah saham	Galat terpilih
5	12.9491
6	13.4684
7	14.8295
8	15.7792
9	16.6244
10	17.4832
11	20.0389
12	20.6954
13	21.2696
14	23.7917

saham dinyatakan dalam bentuk grafik *efficient frontier* sebagai berikut:



Gambar 5. (a) 5saham, (b)6saham, (c)7saham, (d) 8saham, (e) 9saham, (f) 10saham, (g) 11saham, (h) 12saham, (i) 13saham, (j) 14saham

Kumpulan gambar di atas adalah kumpulan grafik *efficient frontier* terpilih untuk 5 saham 14 saham dengan mutasi 0.01 dengan probabilitas *crossover* 0.99. Terdapat beberapa informasi yang dapat diketahui dari gambar di atas yaitu, Garis berwarna biru menyatakan nilai dari *Mean Variance* dan garis berwarna merah menyatakan nilai dari metode Algoritma Genetika *multi-objective* SPEA-II.

Sumbu x merupakan fungsi objective 1 yang menyatakan nilai sigmax (standar deviasi), sedangkan sumbu y merupakan fungsi objective 2 yang menyatakan nilai mux (*expected return*). Garis melengkung bagian atas menggambarkan garis yang bersifat efisien yang disebut *efficient frontier* yaitu dengan tingkat nilai risiko yang sama terdapat nilai *return* yang lebih besar dibandingkan dengan solusi dari garis bagian bawah.

Berdasarkan hasil dari *efficient frontier* terdapat perbedaan grafik yang ditampilkan untuk beberapa jumlah saham yang digunakan. Untuk 5 sampai 10 saham solusi dari Algoritma genetika *multi-objective* SPEA-II mendekati solusi dari *Mean Variance*, sedangkan untuk 11 sampai 14 saham solusi dari Algoritma genetika *multi-objective* SPEA-II mulai menjauh dari solusi *Mean Variance*. Sehingga dapat disimpulkan bahwa kinerja dari Algoritma genetika *multi-objective* SPEA-II untuk jumlah saham lebih besar dari 10 masih belum menunjukkan hasil yang konvergen.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis terhadap implementasi dan pengujian sistem Algoritma Genetika *Multi-objective* NSGA-II dengan metode pembandingan *Mean variance*, maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Dari hasil pengujian dengan menggunakan parameter probabilitas mutasi 0.01, 0.05, dan 0.1 pada

- penerapan Algoritma Genetika *Multi-objective* NSGA-II, dengan banyak generasi 1000, ukuran populasi 100, dan probabilitas *crossover* 0.99 diperoleh parameter probabilitas mutasi 0.01 lebih baik dibandingkan dengan probabilitas mutasi 0.05 dan 0.1 dilihat dari segi nilai *galat* yang dihasilkan.
2. Penambahan jumlah saham berpengaruh terhadap konvergensi Algoritma Genetika *Multi-objective* NSGA-II, semakin banyak jumlah saham yang digunakan maka semakin sulit konvergensinya.
 3. Algoritma Genetika *Multi-objective* NSGA-II masih memberikan hasil *running* yang berbeda-beda atau belum stabil, hal tersebut dikarenakan jumlah generasi yang dilakukan masih belum cukup untuk mendapatkan hasil *running* yang stabil.

Daftar pustaka

1. Darmadji Tjipto dan Hendry M Fakhruddin, 2001. Pasar Modal di Indonesia, Salemba Empat, Jakarta
2. Bursa Efek Indonesia, "IDX," [Online]. Available:<http://www.idx.co.id/id-id/beranda/informasi/bagiinvestor/saham.aspx>. [Diakses 27 1 2014].
3. Indonesia Stock Exchange, Buku Panduan: Indeks Harga Saham Bursa Efek Indonesia, Jakarta: PT Bursa Efek Indonesia, 2008.
4. Markowitz, Harry M .(1952). Portopolio Selection. *Journal of Finance*
5. Husnan, Suad, 1998, Dasar-Dasar Teori Portofolio dan Analisis Sekuritas, Edisi 3, UPP AMP YKPN, Yogyakarta
6. Capinski, M., & Zastawniak, T. (2003). *Mathematics for Finance: An Introduction to Financial Engineering*. London: Springer
7. E.Zitzler. Evolutionary Algorithm for Multiobjective Optimization : Method and Application. PhDTeshis, ETH Zurich, Switzerland, 1999
8. Suyanto, Soft Computing: Membangun Mesin Ber-IQ Tinggi, Bandung: Informatika, 2008
9. Entin, "Kecerdasan Buatan: Bab 7 Algoritma Genetika," [Online]. Available:<http://lecturer.eepisits.edu/~entin/Kecerdasan%20Buatan/Buku/Bab%207%20Algoritma%20Genetika.pdf>. [Diakses 28 10 2014].
10. Suyanto. (2008). *Evolutionary Computation*. Bandung: Informatika Bandung
11. E.Zitzler, M.Laumanns, and S.Bleuler. A Tutorial on Evolutionary Multiobjective Optimization. In X.Gandibleux et al., Editors, *Metaheuristics for Multiobjective Optimisation*, volume 535 of *Lecture Notes in Economics and Mathematical System*. Springer, 2004

12. Tandelilin, Eduardus. 2010, *Portofolio dan Investasi* (Teori dan Aplikasi), Yogyakarta: Kanisius.