

IMPLEMENTASI FILTER KALMAN UNTUK MEREDUKSI DERAU PADA RESPON DINAMIK RANGKAIAN RLC

(IMPLEMENTATION OF KALMAN FILTER TO REDUCE RIPPLE ON DYNAMIC RESPONSE OF RLC CIRCUITS)

Guntur Bhatara Sutra¹, Dr. Eng. Asep Suhendi, S.Si., M.Si.², Reza Fauzi Iskandar, S.T., M.T.³

^{1,2,3}Prodi S1 Teknik Fisika, Fakultas Teknik, Universitas Telkom

¹gunturtara21@gmail.com, ²as.suhendi@gmail.com, ³rezafauzii@gmail.com

Abstrak

Sistem *spring-mass-damper* dapat disimulasikan pada rangkaian RLC dengan input tegangan AC karena keduanya merupakan sistem orde dua dan memiliki karakteristik dinamik seperti bentuk respon dan respon waktu. Pada penelitian ini nilai tegangan input dan induktor yang digunakan tetap. Nilai *output* yang diamati hanya tegangan pada kapasitor, dan karakteristik dinamik yang diamati hanya bentuk respon *critically damped* dan *overdamped*. *Output* dari rangkaian RLC ini masih memiliki kemungkinan menghasilkan derau. Karena *output* akan diamati pada mikrokontroler, maka dibutuhkan sebuah filter digital sehingga filter yang dipilih adalah filter kalman. Tujuan penelitian ini adalah mengamati pengaruh filter kalman terhadap derau dari *output* dan mengetahui rasio deraunya. Nilai resistor pada rangkaian diubah saat kapasitor bernilai sama dan begitupun sebaliknya, sehingga didapat respon yang diinginkan. *Output* dari rangkaian difilter oleh filter kalman pada arduino. Setelah itu dibandingkan nilai derau sebelum dan setelah filter kalman diaplikasikan dan diamati rasio deraunya. Pada keadaan *transient* rasio derau sebelum dan sesudah difilter adalah 0,17V dan 0,37V. Pada keadaan *steady state* rasio derau sebelum dan sesudah difilter adalah 0,16V dan 0,05V. Dari hasil penelitian yang telah dilakukan, filter kalman dapat mengurangi derau pada keadaan *steady state*.

Kata kunci: *critically damped*, *overdamped*, derau, filter kalman.

ABSTRACT

Spring-mass-damper system can be simulated on RLC circuits with AC voltage as the input because both of them are second system order and have dynamic characteristics such as shape respond and time respond. In this research the value of input voltage and inductor was fixed. The output value that will be observe just the voltage on capacitor, and the dynamic characteristics that will be observe just the shape respond of critically damped and overdamped. The output of this RLC circuits still have a chance of making a noise. Because the output will be observed at microcontroller, then it needs a digital filter so the kalman filter was choosen as the filter. The aim of this research is to obvsrve the influence of kalman filter to the noise from the output and find out the noise ratio. The resistor value on the cirtuicts will be modified when the capacitor fixed and otherwise, so the aim responds will be obtained. The output from the circuits will be filtered by the kalman filter on arduino. And then the noise value before and after the kalman filter applied will be compared and the noise ratio will be observed. When transient state the noise ratio before and after filtered was 0,17V and 0,37V. when steady state the noise ratio before and after filtered was 0,16V and 0,05V. From the research that has been done, the kalman filter can reduce the noise when steady state.

Keyword: *critically dampd*, *overdamped*, noise, kalman filter.

1 Pendahuluan

1.1 Latar Belakang

Rangkaian RLC adalah rangkaian yang memiliki komponen resistor (R), induktor (L), dan kapasitor (C). Kombinasi ketiga elemen tersebut bisa disusun dengan cara paralel ataupun seri [1][2]. Rangkaian RLC bisa digunakan sebagai filter, baik *band-pass* filter maupun *band-stop* filter [3]. Rangkaian RLC juga sistem orde dua dan memiliki karakteristik dinamik seperti *spring-mass-damper* [4][5], sehingga bisa digunakan pendekatan dengan sistem *spring-mass-damper*. Resistor mirip dengan *damper*, induktor mirip dengan *mass*, dan kapasitor mirip dengan *spring* [6]. Dengan menggunakan pendekatan sistem *spring-mass-damper* kita bisa memperoleh fungsi transfer dari rangkaian RLC dan memperkirakan respon seperti apa yang akan dihasilkan. Fungsi transfer didefinisikan sebagai rasio dari amplitudo dari *output* dan *input* [7]. Setelah diketahui fungsi transfer dari rangkaian, bisa didapatkan nilai frekuensi natural dan juga faktor redaman yang dimiliki oleh rangkaian.

Dalam tugas akhir ini akan dirancang rangkaian RLC dengan menggunakan induktor sebagai variabel tetapnya, sedangkan resistor dan kapasitor sebagai variabel bebas. Kedua komponen tersebut berfungsi untuk merubah nilai faktor redaman dari sistem sehingga bisa didapat berbagai macam respon yang akan diamati. *Input* yang akan digunakan pada rangkaian berupa tegangan DC *on-off* yang berasal dari generator. Respon yang diperhatikan pada penulisan tugas akhir ini adalah respon *transient* dan *steady state* dari sistem. Respon *transient* adalah respon sistem yang berlangsung dari keadaan awal sampai keadaan akhir, dan *steady state* adalah respon sistem jika waktu respon sudah mendekati tak hingga [8], dalam kasus RLC ini adalah respon saat kapasitor menyimpan tegangan.

Respon *output* dari rangkaian RLC ini masih memiliki *ripple*, nilai akhirnya menuju satu angka akan tetapi tidak konstan. *Ripple* tersebut muncul dari sifat pengisian dan pengosongan kapasitor yang digunakan pada rangkaian. Berdasarkan masalah tersebut dibutuhkan filter untuk mengurangi *ripple* yang ada pada *output* yang dihasilkan. Dalam tugas akhir ini filter kalman digunakan sebagai filter untuk respon dari sistem. Filter kalman digunakan karena merupakan sekumpulan persamaan matematik sehingga bisa dilakukan melalui mikrokontroler.

Respon yang dihasilkan oleh rangkaian akan difilter oleh filter kalman. Filter kalman merupakan sekumpulan persamaan matematik yang efisien untuk mengestimasi keadaan dari sebuah proses sehingga meminimumkan rata-rata dari kuadrat error [9]. Secara umum filter merupakan benda untuk menghilangkan hal yang tidak diinginkan, akan tetapi filter kalman dapat disebut filter karena memiliki fungsi untuk meminimalkan error [10]. Pada proses filter kalman terdapat 2 bagian yaitu bagian *update* waktu (prediksi) dan *update* pengukuran (koreksi) yang terus berulang secara rekursif yang berarti nilai dari data sebelumnya digunakan untuk menghitung nilai data yang akan dicari [2].

1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang akan dibahas pada pengerjaan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

- Bagaimana cara mengamati bahwa karakteristik dinamik terjadi pada rangkaian RLC?
- Bagaimana pengaruh filter kalman terhadap reduksi derau pada *output* rangkaian RLC?
- Bagaimana rasio derau respon sebelum dan sesudah filter dilakukan?

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian yang akan diajukan pada proposal tugas akhir ini adalah:

- Dapat mengamati karakteristik dinamik yang terjadi pada rangkaian RLC.
- Mengamati pengaruh filter kalman dalam reduksi derau pada *output* rangkaian RLC.
- Dapat mengetahui rasio derau dari respon sebelum dan sesudah filter dilakukan.

1.4 Batasan Masalah

Untuk membatasi cakupan pembahasan masalah, maka batasan masalah pada tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

- Tegangan *input* berupa tegangan DC *on-off* sebesar 3,67V dengan frekuensi 15Hz.
- Nilai induktor yang digunakan bernilai tetap.
- Output* yang diamati hanya tegangan yang tersimpan pada kapasitor.
- Karakteristik dinamik yang diamati hanya bentuk respon *critically damped* dan *overdamped*.

1.5 Metoda Penelitian

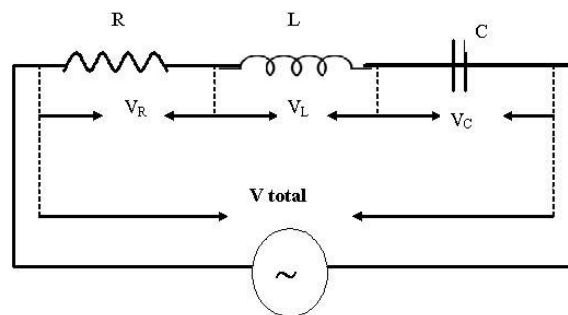
Tahapan yang akan dilakukan dalam menyelesaikan tugas akhir ini dibagi dalam 5 tahap, diantaranya:

- Studi literature yang dimaksudkan untuk memperoleh dan memahami teori – teori yang berhubungan dengan rangkaian RLC.
- Perancangan dan realisasi sistem dengan membuat rangkaian RLC yang bisa menghasilkan sinyal *output* yang membuktikan bahwa *critically damped* dan *overdamped* terjadi.
- Analisa dan kesimpulan dari *output* rangkaian pada penelitian yang dilakukan. Sinyal *output* akan dianalisa untuk mengetahui perbedaan dan rasio deraunya saat sebelum dan sesudah filter kalman dilakukan.

2 Dasar Teori

2.1 Rangkaian RLC

Rangkaian RLC adalah sebuah rangkaian sederhana yang memiliki komponen resistor (R), induktor (L), dan kapasitor (C) sesuai dengan namanya. Rangkaian RLC adalah rangkaian yang terdiri dari resistor, induktor, dan kapasitor yang dihubungkan secara seri atau parallel. Pada penggunaan arus AC untuk sebuah rangkaian RLC seri akan menyebabkan hambatan yang diberi nama impedansi [1].



Gambar 2.1 Rangkaian RLC [1]

2.2 Respon Transient

Respon *transient* atau respon natural adalah respon sementara dari sebuah sistem yang akan berakhir pada suatu waktu tertentu. Respon *transient* ini biasanya berupa osilasi teredam sebelum akhirnya menjadi sebuah nilai yang tetap atau konstan [3]. Dilihat dari nilai faktor redamannya, respon *transient* bisa dikategorikan dalam 4 bentuk yaitu *undamped*, *underdamped*, *critically damped*, *overdamped*. *Undamped* adalah respon sistem yang terus menerus berlanjut tanpa memiliki nilai akhir yang tetap karena faktor redamannya bernilai nol [3]. *Underdamped* adalah respon sistem yang menghasilkan osilasi teredam sebelum akhirnya mencapai nilai akhir dan faktor redamannya bernilai lebih dari 0 dan kurang dari 1 [3]. *Critically damped* adalah respon sistem yang teredam secara kritis dimana faktor redamannya bernilai 1 [3]. *Overdamped* adalah respon sistem yang teredam berlebih karena faktor redamannya bernilai lebih dari 1 [3].

2.3 Filter Kalman

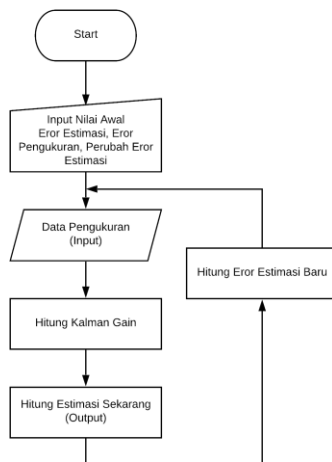
Filter kalman merupakan sekumpulan persamaan matematik yang menawarkan cara komputasi rekursif dan efisien untuk mengestimasi keadaan dari sebuah sistem, sehingga dapat meminimumkan rata – rata dari kuadrat error [1]. Tujuan utama dari filter kalman adalah menduga keadaan dari sistem, keadaan yang akan diduga adalah E , dan hasil pengukuran M . Algoritma filter kalman memiliki dua buah proses inti yaitu proses koreksi dan proses prediksi. Algoritma filter kalman dimulai dengan proses prediksi untuk menentukan nilai error estimasi awal ($\varepsilon_{E_{t-1}}$), faktor perubahan error estimasi (Q), error data (ε_M), dan estimasi awal (E_{t-1}). Setelah nilai awal ditentukan selanjutnya masuk ke proses koreksi dimana menghitung nilai kalman *gain* (KG), estimasi baru (E_t) dan error estimasi (ε_{E_t}). Nilai estimasi baru (E_t) adalah nilai yang akan digunakan sebagai output dari filter kalman. Nilai estimasi dan error estimasi yang didapat pada proses koreksi akan digunakan sebagai nilai awal pada proses prediksi di iterasi berikutnya. Proses iterasi pada algoritma filter kalman digambarkan pada Gambar 2.1.

$$\varepsilon_E = \varepsilon_E + Q \quad (2.1)$$

$$KG = \frac{\varepsilon_E}{\varepsilon_E + \varepsilon_M} \quad (2.2)$$

$$E_t = (KG \times M) + ([1 - KG] \times E_{t-1}) \quad (2.3)$$

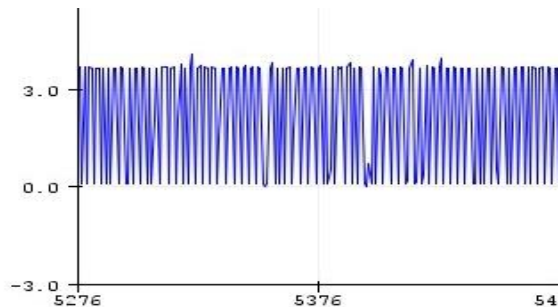
$$\varepsilon_{E_t} = (1 - KG) \times \varepsilon_{E_{t-1}} \quad (2.4)$$



Gambar 2.2 Flowchart Filter Kalman

3 Data dan Analisis

Gambar 3.1 bagian kiri menunjukkan *output* dari rangkaian saat menggunakan resistor bernilai 1Ω , induktor 100mH dan kapasitor $2,2\text{nF}$ yang terbaca oleh osiloskop. Osiloskop diatur pada *time/div* $1\mu\text{s}$ dan *volt/div* 2V . Pada gambar dapat dilihat selang waktu saat kapasitor mulai terisi sampai keadaan *steady state* adalah $3\mu\text{s}$ dan selang *overshoot* yang terjadi adalah $2\mu\text{s}$. *Input* yang digunakan pada saat *output* pada Gambar 4.2 diambil adalah saat nilai frekuensi *input* bernilai 7kHz .

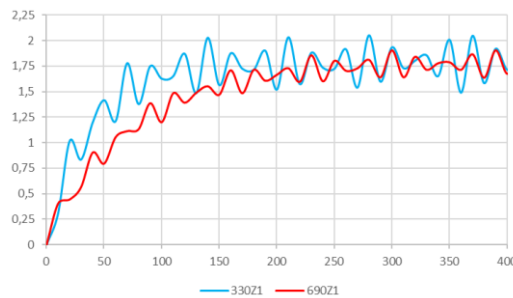


Gambar 3.1 Hasil Pengukuran Pada Osiloskop dan Arduino

Gambar 3.2 bagian kanan adalah nilai *output* yang terbaca oleh arduino pada keadaan yang sama dengan Gambar 4.1. *Delay* waktu yang digunakan sebesar 1, yaitu waktu untuk mengambil 1 nilai data oleh arduino dilakukan setiap 1ms . *Overshoot* yang terjadi dalam selang waktu $2\mu\text{s}$ sulit didapat oleh arduino, dan bila filter kalman diaplikasikan dalam nilai data tersebut akan menghasilkan nilai konstan ditengah – tengah nilai tersebut. Dengan keterbatasan tersebut maka penelitian difokuskan pada saat nilai $\zeta = 1$ dan saat nilai resistor 499Ω .

3.1 Analisis Data Pengukuran Tanpa Filter Kalman

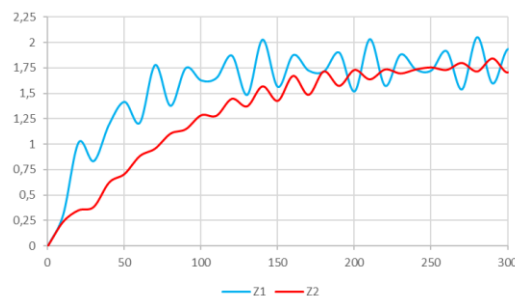
Pengambilan data yang dilakukan saat menggunakan kapasitor bernilai $330\mu\text{F}$ dan $\zeta = 1$ atau saat resistor bernilai 78Ω , dibandingkan bila nilai kapasitor yang digunakan dirubah menjadi $690\mu\text{F}$ pada keadaan z yang sama yaitu $\zeta = 1$ atau saat resistor bernilai 54Ω .



Gambar 3.2 Perubahan Nilai Kapasitor Terhadap *Output*

Gambar 3.2 menunjukkan pengaruh dari perubahan nilai kapasitor yang digunakan pada rangkaian saat keadaan ζ yang sama yaitu pada $\zeta = 1$, garis biru adalah *output* dari rangkaian saat kapasitor bernilai $330\mu\text{F}$ dan garis merah adalah *output* saat kapasitor bernilai $690\mu\text{F}$. Tampak perbedaan pada kemiringan yang dihasilkan saat keadaan *transient*, pada saat rangkaian menggunakan kapasitor bernilai $330\mu\text{F}$ *output* rangkaian jauh lebih cepat mencapai keadaan *steady state*. Perbedaan tersebut terjadi karena nilai kapasitor yang berbeda. Saat menggunakan kapasitor dengan ukuran yang lebih besar, maka waktu yang dibutuhkan untuk mengisi muatan pada kapasitor tersebut lebih lama. Dalam kasus pada Gambar 4.4 waktu yang dibutuhkan oleh garis merah untuk mencapai keadaan *steady state* lebih lama karena nilai kapasitor yang digunakan pada rangkaian lebih besar dibandingkan dengan garis biru.

Perubahan nilai resistor yang digunakan pada rangkaian akan merubah nilai ζ yang dihasilkan oleh rangkaian. Pada penelitian akan dilihat pengaruh dari perubahan nilai ζ dari rangkaian pada saat keadaan kapasitor yang digunakan bernilai sama yaitu $330\mu\text{F}$ tanpa merubah nilai *input* yang digunakan. Nilai dari ζ yang digunakan adalah $\zeta = 1$ saat resistor 78Ω dan $\zeta = 6,41$ saat resistor 499Ω .



Gambar 3.3 Perubahan nilai ζ Terhadap *Output*

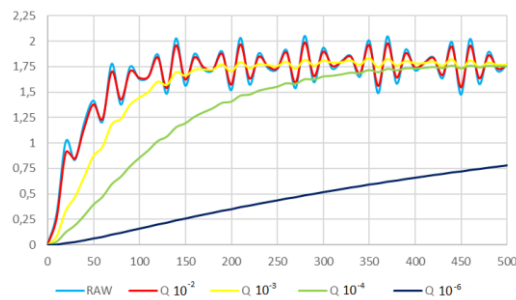
Gambar 3.3 menunjukkan perbedaan *output* dari rangkaian saat nilai ζ dirubah dengan mengganti nilai resistor yang digunakan. Garis biru menunjukkan keadaan dimana $\zeta = 1$ saat resistor bernilai 78Ω , dan garis merah adalah keadaan dimana $\zeta = 6,41$ saat resistor bernilai 499Ω . Perubahan dari nilai ζ mempengaruhi waktu *output* dari rangkaian untuk mencapai keadaan *steady state* dan derau yang dihasilkan. Semakin besar nilai ζ yang dihasilkan oleh rangkaian maka derau yang dihasilkan jauh lebih kecil, tetapi *output* membutuhkan waktu yang lebih lama untuk mencapai keadaan *steady state*.

3.2 Analisis Penerapan Filter Kalman

Pada penelitian ini filter kalman digunakan untuk mengetahui pengaruhnya terhadap derau yang dihasilkan oleh rangkaian. Pengambilan data dilakukan pada keadaan kapasitor dengan nilai $330\mu\text{F}$ dan pada keadaan $\zeta = 1$. Penerapan filter kalman difokuskan pada keadaan $\zeta = 1$ atau *critically damped* karena keadaan dimana respon yang dihasilkan oleh rangkaian memiliki waktu untuk mencapai *steady state* dengan waktu tercepat tanpa adanya overshoot.

3.2.1 Pengaruh Nilai Q Terhadap *Output* Filter Kalman

Pada persamaan (2.1) nilai Q berpengaruh pada perubahan dari nilai eror estimasi pada filter kalman. Pada penelitian akan diamati pengaruh dari perubahan nilai Q yang diberikan pada filter kalman terhadap *output* yang akan dihasilkan.



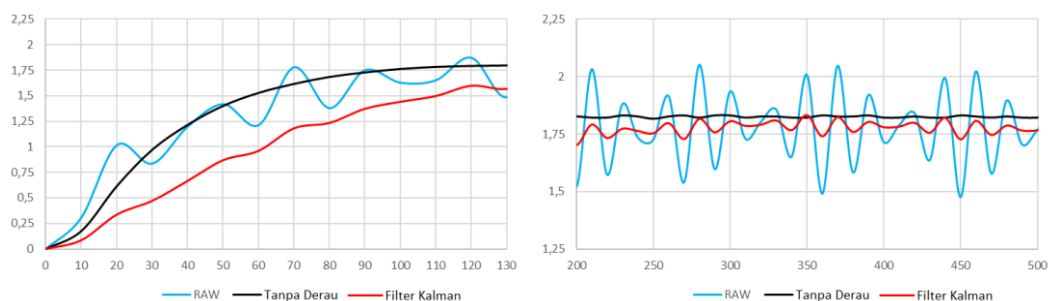
Gambar 3.4 Perubahan Nilai Q Saat $C = 330\mu\text{F}$ dan $\zeta = 1$

Gambar 3.4 menunjukkan *output* filter kalman dengan perubahan yang diberikan pada nilai Q. Garis biru pada gambar adalah bentuk respon sebelum dilakukan filter kalman, garis merah adalah *output* filter kalman dengan nilai $Q = 10^{-2}$, garis kuning dengan nilai $Q = 10^{-3}$, garis hijau dengan nilai $Q = 10^{-4}$ dan garis hitam dengan nilai $Q = 10^{-6}$. Dapat dilihat pada gambar *output* dari filter kalman saat keadaan $Q = 10^{-2}$ hampir tidak memiliki perbedaan dengan *output* rangkaian sebelum filter kalman digunakan. Saat nilai Q yang diberikan pada filter kalman menjadi lebih kecil, bentuk gambar pada keadaan *transient* memiliki respon waktu yang lebih lambat tetapi menghasilkan derau yang lebih kecil.

Nilai Q yang diberikan mempengaruhi kestabilan dari *output* yang dihasilkan oleh filter kalman. Perubahan nilai Q juga mempengaruhi derau pada *output* yang dihasilkan oleh filter kalman. Karena nilai Q mempengaruhi kestabilan terhadap perubahan nilai *input* yang masuk pada filter kalman, maka derau yang dihasilkan pun lebih kecil. Pada Gambar 3.4 tampak perbedaan dari derau yang dihasilkan oleh filter kalman, pada garis kuning saat nilai $Q = 10^{-3}$ menghasilkan derau yang lebih kecil dibandingkan dengan garis merah saat nilai $Q = 10^{-2}$.

3.2.2 Analisis Derau Pada Nilai Output

Setelah *output* dari rangkaian dilakukan filter melalui filter kalman akan dilihat perbandingan nilainya dengan nilai dari *output* yang tidak memiliki derau. Derau yang diperhatikan akan dibagi menjadi dua bagian, yaitu pada keadaan *transient* dan pada keadaan *steady state*. Data yang diperhatikan adalah data *output* dari rangkaian saat nilai kapasitor yang digunakan bernilai $330\mu\text{F}$ dengan keadaan $\zeta = 1$ saat *critically damped*.



Gambar 3.5 Perbandingan Output Saat Keadaan *Transient* dan *Steady State*

Gambar 3.5 sebelah kiri menunjukkan bentuk respon dari rangkaian pada keadaan *transient* saat sebelum digunakan filter kalman yang ditunjukkan oleh garis biru, *output* tanpa derau yang ditunjukkan oleh garis hitam dan *output* filter kalman saat nilai $Q = 10^{-3}$ yang ditunjukkan oleh garis merah. Data pada bagian *transient* diambil dari detik ke 0 sampai dengan detik ke 130ms. Derau respon yang terjadi pada saat sebelum filter adalah $\pm 0,17\text{V}$ dan sesudah filter adalah $\pm 0,37\text{V}$.

Tabel 3.0.1 Tabel Derau dan Rasio Derau Saat *Transient*

Derau		Rasio Derau	
Sebelum	Sesudah	Sebelum	Sesudah
$\pm 0,17\text{V}$	$\pm 0,37\text{V}$	18,76%	30,73%

Gambar 3.5 sebelah kanan menunjukkan perbandingan *output* pada keadaan *steady state* dari detik 200ms sampai 500ms saat sebelum filter kalman digunakan yang ditunjukkan oleh garis biru, saat sesudah filter kalman digunakan dengan nilai $Q = 10^{-3}$ yang ditunjukkan oleh garis merah dan *output* tanpa derau yang ditunjukkan oleh garis hitam. Derau respon yang terjadi pada saat sebelum filter adalah $\pm 0,16V$ dan sesudah filter adalah $\pm 0,05V$.

Tabel 3.2 Tabel Derau dan Rasio Derau Saat *Steady State*

Derau		Rasio Derau	
Sebelum	Sesudah	Sebelum	Sesudah
$\pm 0,16V$	$\pm 0,05V$	8,30%	3,60%

4 Kesimpulan

Berdasarkan dari hasil penelitian dan pengambilan Berdasarkan dari hasil penelitian dan pengambilan data yang dilakukan mengenai implementasi filter kalman terhadap derau pada respon dinamik rangkaian RLC yang sudah dilakukan, maka dapat diambil beberapa kesimpulan:

1. Dari penelitian karakteristik dinamik yang terjadi pada rangkaian RLC dapat teramati. Bentuk respon seperti *critically damped*, dan *overdamped* dapat teramati pada mikrokontroler dan juga osiloskop, sedangkan bentuk respon *underdamped* hanya dapat teramati pada osiloskop. Pada kasus bentuk repon *underdamped*, *overshoot* yang muncul pada respon hanya terjadi pada selang waktu selama $1\mu s$ dan hanya muncul pada saat frekuensi yang diberikan oleh input melebihi 7kHz. Pada mikrokontroler yang digunakan pengambilan data yang paling cepat hanya dapat dilakukan setiap 1ms sekali, sehingga *overshoot* yang terjadi pada selang waktu $1\mu s$ tidak dapat teramati.
2. Filter kalman yang diimplementasikan pada rangkaian RLC mempengaruhi nilai derau yang dihasilkan dari *output*. Filter kalman dapat memperhalus *output* dari rangkaian RLC yang masih belum stabil.
3. Rasio derau sebelum filter kalman diimplementasikan dapat diketahui yaitu sebesar 18,76% pada saat transien dan 8,3% saat keadaan *steady state*. Rasio derau setelah filter kalman diimplementasikan sebesar 30,73% saat keadaan transien dan 3,6% saat keadaan *steady state*.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Alexander, Charles K. dan Matthew N. O. Sadiku. 1999. *Fundamentals Of Electric Circuits Third Edition*. United States: McGraww-Hill Education.
- [2] Abdul haris bakri, dkk (2008). *Dasar-dasar Elektronika*. Makassar: Badab Penerbit UNM.
- [3] Ogata, Katsuhiko. 1997. *Modern Control Engineering Third Edition*.
- [4] Irwin, J. David. dan R. Marks Nelms. 2015. *Basic Engineering Circuit Analysis Eleventh Edition*.
- [5] Anonim. 2005. *Chapter 1 Natural Response*. Dikutip dari <https://ocw.mit.edu/courses/mechanical-engineering/2-003-modeling-dynamics-and-control-i-spring-2005/readings/>
- [6] Ramdhani, Mohamad, ST. 2005. Rangkaian Listrik.
- [7] Johnosn, Don H. 2016. *Fundamentals of Electrical Engineering I*.
- [8] Ogata, Katsuhiko. 1984. TEKNIK KONTROL AUTOMATIK (SISTEM PENGATURAN) Jilid 1.
- [9] Welch, Greg dan Gary Bishop. 2006. *An Introduction to the Kalman Filter*.
- [10] Grewal, Mohinder S. dan Angus P. Andrews. 2001. *Kalman Filtering: Theory and Practice Using Matlab, Second Edition*.
- [11] Kemmerly, Jack E. dan William H. Hayt, Jr. 1962. *Engineering Circuit Analysis Second Edition*. Tokyo : Tosho Printing Co.
- [12] Anonim. 2011. *Under, Over, and Critical Damping*. Dikutip dari https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-03sc-differential-equations-fall-2011/unit-ii-second-order-constant-coefficient-linear-equations/damped-harmonic-oscillators/MIT18_03SCF11_s13_2text.pdf
- [13] Rudiyanto, dkk (2006). ALGORITMA FILTER KALMAN UNTUK MENGHALUSKAN DATA PENGUKURAN.